

Sommario

Sommario	1
Introduzione	6
<i>Premessa.</i>	<i>6</i>
<i>Il metodo delle funzioni di trasferimento.....</i>	<i>8</i>
Capitolo 1: applicazione del metodo delle funzioni di trasferimento ad una parete multistrato	10
<i>Basi teoriche del metodo delle funzioni di trasferimento.....</i>	<i>10</i>
<i>La risoluzione del sistema secondo Carslaw e Jaeger.....</i>	<i>12</i>
<i>Espressione delle soluzioni sussidiarie in forma matriciale.....</i>	<i>14</i>
<i>Il metodo delle funzioni di trasferimento.....</i>	<i>17</i>
<i>Dati di ingresso interpolati con una rampa.....</i>	<i>18</i>
<i>Dati di ingresso interpolati con un gradino.</i>	<i>20</i>
<i>Il metodo delle funzioni di trasferimento applicato alla trasmissione di calore attraverso una parete piana multistrato</i>	<i>23</i>
Capitolo 2: sviluppo di un software basato sul TFM per la simulazione termico dinamica di una parete multistrato.....	27
<i>Descrizione del software THELDA</i>	<i>27</i>
<i>Il modulo pareti.</i>	<i>29</i>

<i>Modulo Caratteristiche termofisiche degli strati.</i>	<i>34</i>
<i>Modulo Elenco pareti salvate.</i>	<i>38</i>
Il repertorio di componenti edilizi tipici dell'area mediterranea	41
Generazione dei coefficienti delle funzioni di trasferimento in THELDA.	67
Validazione del risultato tramite confronto con la soluzione periodica stabilizzata: la routine Armon	74
<i>Stima della precisione ottenibile tramite confronto della soluzione ottenuta con analisi di Fourier.....</i>	<i>75</i>
Capitolo 3: applicazione del TFM ad una zona termica.....	76
Il calcolo dei coefficienti del metodo delle funzioni di trasferimento (Transfer Function Method) per un ambiente confinato.	76
Bilancio termico di una generica parete confinante con l'esterno provvista di finestra:	78
<i>Flussi di calore sulla superficie esterna della parete:</i>	<i>78</i>
<i>Grandezze fisiche caratterizzanti lo scambio termico fra l'ambiente esterno e la superficie esterna della parete:</i>	<i>78</i>
<i>Flussi di calore sulla superficie interna della parete:.....</i>	<i>78</i>
<i>Grandezze fisiche caratterizzanti lo scambio termico fra l'ambiente esterno e la superficie esterna della parete:</i>	<i>79</i>
<i>Equazione di bilancio termico della generica parete esterna.....</i>	<i>82</i>
<i>Equazione di bilancio termico in forma matriciale della generica parete esterna.....</i>	<i>82</i>

Bilancio termico della parete interna (termicamente simmetrica)..	87
<i>Flussi di calore sulla superficie di mezzeria della parete:.....</i>	<i>87</i>
<i>Grandezze fisiche caratterizzanti lo scambio termico fra l'ambiente esterno e la superficie esterna della parete:</i>	<i>87</i>
<i>Flussi di calore sulla superficie interna della parete:.....</i>	<i>87</i>
<i>Grandezze fisiche caratterizzanti lo scambio termico fra l'ambiente esterno e la superficie esterna della parete:</i>	<i>87</i>
<i>Equazione di bilancio termico della generica parete interna.....</i>	<i>88</i>
<i>Equazione di bilancio termico in forma matriciale della generica parete interna.....</i>	<i>90</i>
Bilancio termico al nodo aria	91
<i>Flussi di calore:</i>	<i>91</i>
<i>Grandezze fisiche caratterizzanti lo scambio termico che interessa l'aria interna all'ambiente:</i>	<i>91</i>
<i>Equazione di bilancio termico dell'aria interna</i>	<i>92</i>
Espressione Matriciale del sistema di equazioni che riassume il bilancio termico di una zona termica	94
Capitolo 4: sviluppo di un software basato sul TFM per la simulazione termico dinamica di una zona termica	99
Descrizione del software	99
Descrizione sintetica dell'algoritmo implementato in THELDA 2000	105

<i>Descrizione termo-fisica della zona termica.....</i>	<i>105</i>
<i>Creazione delle matrici termofisiche</i>	<i>107</i>
<i>Calcolo della matrice del sistema</i>	<i>108</i>
<i>Risoluzione del sistema con il metodo di Cramer</i>	<i>109</i>
<i>Determinazione dei coefficienti delle funzioni di trasferimento</i>	<i>110</i>
Validazione del risultato tramite confronto con la soluzione periodica stabilizzata: il software Armon 2000.....	119
Capitolo 5: problemi numerici e possibili soluzioni:	121
<i>Inadeguatezza della maggior parte dei software commerciali.....</i>	<i>121</i>
<i>Sistemi dinamici: alcune definizioni</i>	<i>123</i>
<i>Funzione di trasferimento:</i>	<i>123</i>
<i>Poli e zeri:</i>	<i>123</i>
<i>Tempo di campionamento:</i>	<i>123</i>
<i>Un caso studio in un edificio molto massiccio localizzato nel sud italia</i>	<i>124</i>
<i>Analisi del Modello: introduzione.....</i>	<i>125</i>
<i>Zeri a fase non minima:</i>	<i>125</i>
<i>Poli stabili:</i>	<i>125</i>
<i>Risposta al gradino:</i>	<i>125</i>
<i>Risposta in frequenza:</i>	<i>125</i>
<i>Diagrammi di Bode:</i>	<i>126</i>

<i>Analisi del modello: descrizione delle simulazioni</i>	127
<i>Analisi del modello: commenti.....</i>	127
<i>Selezione del modello migliore</i>	140
<i>Ordinamento dei poli e dei residui</i>	141
Bibliografia	143
Appendice.....	147

Introduzione

Premessa.

Nell'analisi energetica delle prestazioni termiche degli edifici è ormai consueto l'uso di programmi di simulazione capaci di descrivere dinamicamente il comportamento degli ambienti, dell'involucro termico e dei componenti di impianto. In generale il sistema edificio-impianto presenta un tale grado di complessità che, nello sviluppo dei codici di simulazione, è necessario procedere preliminarmente ad una schematizzazione sintetica, identificando i meccanismi fondamentali dei fenomeni e le grandezze fisiche significative.

Le procedure di simulazione dinamica del sistema edificio-impianto oggi disponibili sono molteplici ma i risultati ottenuti dal loro impiego non sempre sono concordi, circostanza questa che crea incertezza tra gli operatori sia per usi scientifici che professionali.

A livello dell'Ente Normativo Europeo (CEN) è di recente emersa la necessità di fornire dei criteri di riferimento la cui elaborazione richiede una ricerca di base al cui completamento si vuole contribuire. In particolare a livello CEN l'intenzione è quella di fornire una procedura di calcolo di riferimento rigorosa, basata sulla soluzione simultanea di tutte le equazioni che descrivono gli scambi termici nell'ambiente confinato.

In ambiti scientifici si concorda infatti che le valutazioni semplificate, ottenute da simulazioni in regime stazionario, delle prestazioni energetiche del sistema edificio-impianto presentano delle inaccettabili limitazioni in termini di correttezza ed affidabilità del risultato. Ciò è particolarmente vero nell'ambito delle simulazioni estive, dove solo con l'approccio dinamico è possibile fornire una valutazione corretta dell'influenza dell'inerzia termica sul carico energetico dell'edificio.

Poiché i fenomeni di scambio termico sono descritti da un sistema di equazioni differenziali, la precisione e la semplicità ottenibili è legata al particolare metodo matematico impiegato nella risoluzione. Tali metodi in genere si avvalgono dell'uso di

operatori quali quelli della Z trasformata, di Laplace, di Fourier, di tecniche di integrazione agli elementi finiti o alle differenze finite o di approcci basati su analogie fisiche.

Il metodo delle funzioni di trasferimento.

La procedura “ASHRAE” denominata “Metodo delle funzioni di trasferimento”, di uso corrente nella progettazione degli impianti di climatizzazione, analizza i problemi di trasmissione del calore in regime vario nell’ambito dei segnali e dei sistemi discreti-attraverso l’utilizzo della Z -trasformata. La Z -trasformata è infatti un algoritmo particolarmente idoneo nel caso di grandezze climatiche d’ingresso note in corrispondenza di fissati intervalli di tempo.

I codici di simulazione più moderni e diffusi utilizzano la Z -trasformata, che è alla base della procedura indicata dall’ASHRAE e messa a punto agli inizi degli anni 70 da Mitalas e Stephenson. La effettiva applicabilità di tali programmi alle tipologie edilizie dell’area mediterranea è però da verificare dal momento che essi, proprio perché sviluppati mirando alle caratteristiche architettoniche diffuse negli USA, non attribuiscono un’adeguata importanza alla inerzia termica dell’involucro.

L’elevata inerzia termica del patrimonio edificato dei centri storici mediterranei, associata al diverso tipo di materiali impiegati per la struttura, alla diversa distribuzione tipologica ed al lay-out urbanistico tipico delle città sud-europee, non sempre conferiscono alle simulazioni un grado di accuratezza adeguato.

L’adattabilità alla realtà europea degli ormai affermati modelli di calcolo statunitensi, che manifestano affidabili caratteristiche nella simulazione di strutture a bassa inerzia termica, esaltando soprattutto gli aspetti radiativi del bilancio energetico degli ambienti, è pertanto un aspetto critico su cui è stato approfondito lo studio.

Il metodo delle funzioni di trasferimento ha avuto in Italia una limitata diffusione anche a causa della scarsa adattabilità, prima menzionata, dei dati contenuti nelle tabelle del manuale ASHRAE alle tipologie costruttive tradizionalmente impiegate nel nostro Paese. Nel campo della climatizzazione estiva, dove la stima degli apporti gratuiti e di altri parametri fisici quali il ritardo ed il fattore di decremento dell’onda termica, è fondamentale per il dimensionamento dell’impianto, risulta utile disporre di strumenti

informatici “user-friendly” che consentano di stimare i flussi termici in pareti multistrato sottoposte alle naturali variazioni delle grandezze meteorologiche.

E’ nel contempo importante la costituzione di un repertorio di componenti edilizi più aderenti alle tipologie mediterranee, particolarmente caratterizzati da massa ed inerzia termica elevate.

I capitoli seguenti descrivono quindi le basi teoriche di uno dei più affidabili e diffusi metodi matematici utilizzati per la descrizione e risoluzione di sistemi tempo – variabili. In particolare verrà sviluppato il caso di applicazione a problemi riguardanti flussi termici in regime variabile. Il metodo delle funzioni di trasferimento (TFM) fornisce la soluzione al sistema di equazioni differenziali che descrivono il flusso di calore attraverso corpi solidi, scambi termici tra superfici di contatto, scambi termici convettivi e radiativi. Il TFM è generalmente applicato a sistemi differenziali di basso ordine a parametri costanti nel tempo sebbene questo metodo numerico sia adatto anche alla risoluzione di problemi di ordine superiore.

Capitolo 1: applicazione del metodo delle funzioni di trasferimento ad una parete multistrato

Basi teoriche del metodo delle funzioni di trasferimento

Consideriamo un elemento materiale omogeneo isotropo di spessore $0 < x < 1$ al tempo t avente temperatura $\theta(x, t)$ attraversato da un flusso termico $q(x, t)$. Per le leggi fondamentali sulla trasmissione del calore possiamo scrivere due relazioni:

$$\frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} = -\frac{1}{k} q(x, t) \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial q(x, t)}{\partial x} = -\rho C \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial t} \quad (1.2)$$

La combinazione di queste due equazioni permette di derivare l'equazione di Fourier:

$$\frac{\partial^2 \theta(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial t} \quad (1.3)$$

dove α è la diffusività termica.

La risoluzione di queste equazioni implica l'utilizzo delle trasformate di Laplace ed in pratica, spesso tale trasformazione e la trasformazione inversa viene ottenuta utilizzando una tavola delle trasformate di Laplace come mostrato nella tabella seguente.

Tabella 1: Trasformate di Laplace

	$f(t)$	$f(s)$
Impulso unitario	$\delta(t)$	1
Gradino unitario	$H(t)$	$1/s$

Rampa unitaria	t	$1/s^2$
Impulso unitario ritardato	$\delta(t-\Delta)$	$e^{-s\Delta}$
Gradino unitario ritardato	$H(t-\Delta)$	$e^{-s\Delta}/s$
	e^{-at}	$1/(s+a)$
	te^{-at}	$1/(s+a)^2$
	$\sin bt$	$b/(b^2+s^2)$
	$\cos bt$	$s/(b^2+s^2)$

La trasformata di Laplace della temperatura $\theta(x,t)$ è data da:

$$L[\theta(x,t)] = \theta(x,s) = \int_0^{\infty} e^{-st} \theta(x,t) dt \quad (1.4)$$

dove s è un numero complesso a parte reale positiva e grande abbastanza da permettere all'integrale di convergere, detta anche variabile di Laplace. Due importanti teoremi che sulle trasformate di Laplace permettono di affermare che:

$$L\left[\frac{\partial \theta(x,t)}{\partial t}\right] = sL[\theta(x,t)] - \theta(x,0) \quad (1.5)$$

$$L\left[\frac{\partial^n \theta(x,t)}{\partial x^n}\right] = \frac{\partial^n L[\theta(x,t)]}{\partial x^n} \quad (1.6)$$

La risoluzione del sistema secondo Carslaw e Jaeger

La soluzione analitica del sistema 1.4 può essere ottenuta utilizzando la trasformata di Laplace e seguendo schematicamente la procedura sotto indicata:

- Trasformazione delle equazioni nel dominio del tempo in equazioni sussidiarie nel dominio complesso.
- Risoluzione puramente algebrica delle equazioni sussidiarie.
- Trasformazione inversa delle soluzioni ottenute allo scopo di ottenere la soluzione nel dominio del tempo del sistema iniziale .

Possiamo operare la trasformazione di Laplace delle equazioni 1.1, 1.2, 1.3 ottenendo:

$$\frac{\partial \theta(x, s)}{\partial x} = -\frac{1}{k} q(x, s) \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial q(x, s)}{\partial x} = -\rho C s \theta(x, s) + \rho C s \theta(x, 0) \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial^2 \theta(x, s)}{\partial x^2} = \frac{s}{\alpha} \theta(x, s) - \frac{1}{\alpha} \theta(x, 0) \quad (1.9)$$

queste ultime tre equazioni, se risolte, permettono di determinare la $\theta(x, s)$. Se quest'ultima si ritrova nella tabella delle trasformate di Laplace, la determinazione di $\theta(x, t)$ è immediata, altrimenti essa può essere determinata dalla $\theta(x, s)$ utilizzando il teorema della trasformata inversa:

$$\theta(x, t) = L^{-1}[\theta(x, s)] = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} e^{st} \theta(x, s) ds \quad (1.10)$$

dove γ è un numero grande abbastanza da permettere a tutte le singolarità di $\theta(x, s)$ di giacere alla sinistra della linea $(\gamma - i\infty, \gamma + i\infty)$.

La soluzione delle equazioni sussidiarie determinata da Carslaw e Jaeger nel 1959 è:

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta(x, s) = \cosh \left[\left(\frac{s}{\alpha} \right)^{\frac{1}{2}} x \right] \theta(0, s) - \frac{\sinh \left[\left(\frac{s}{\alpha} \right)^{\frac{1}{2}} x \right] q(0, s)}{k \left(\frac{s}{\alpha} \right)^{\frac{1}{2}}} \\ q(x, s) = -k \left(\frac{s}{\alpha} \right)^{\frac{1}{2}} \sinh \left[\left(\frac{s}{\alpha} \right)^{\frac{1}{2}} x \right] \theta(0, s) + \cosh \left[\left(\frac{s}{\alpha} \right)^{\frac{1}{2}} x \right] q(0, s) \end{array} \right. \quad (1.11)$$

Espressione delle soluzioni sussidiarie in forma matriciale

Risulta conveniente esprimere le relazioni fra flusso termico e temperatura in forma matriciale ottenendo:

$$\begin{bmatrix} \theta(1,s) \\ q(1,s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \theta(0,s) \\ q(0,s) \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

dove gli elementi della matrice **M**, il cui determinante è unitario, sono:

$$\begin{aligned} a &= \cosh\left(L\sqrt{\frac{s}{\beta}}\right) \\ b &= \frac{\sinh\left(L\sqrt{\frac{s}{\beta}}\right)}{\lambda\sqrt{\frac{s}{\beta}}} \end{aligned} \quad (1.13)$$

$$\begin{aligned} c &= \lambda\sqrt{\frac{s}{\beta}} \cdot \sinh\left(L\sqrt{\frac{s}{\beta}}\right) \\ d &= a \end{aligned}$$

$$\text{dove } \beta = \frac{\lambda}{\rho C_p}$$

ed i simboli impiegati hanno il seguente significato:

- $\lambda \left[\frac{W}{mK} \right]$ conducibilità termica
- ρ densità $\left[\frac{kg}{m^3} \right]$
- C_p calore specifico $\left[\frac{J}{kgK} \right]$
- L spessore $[m]$

La matrice $\mathbf{M}$ è detta matrice di trasmissione dello strato materiale. Per un elemento materiale composto da più strati e di spessore $0 < x < L$, la formulazione del sistema può essere facilmente ottenuta ottenendo:

$$\begin{bmatrix} \theta(L, s) \\ q(L, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \theta(0, s) \\ q(0, s) \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

dove il valore degli elementi A, B, C, D della matrice di trasmissione totale dipenderanno dalle caratteristiche termofisiche di ogni strato componente l'elemento preso in considerazione. Per un elemento multistrato composto da elementi omogenei $e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$ dall'esterno ($x = 0$) verso l'interno ($x = L$) la matrice di trasmissione del sistema è:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = M_{e_1} \times M_{e_2} \times M_{e_3} \times \dots \times M_{e_n} \quad (1.15)$$

dove in generale $a = d$ ma $A \neq D$

Il sistema 1.14 è la relazione fondamentale da utilizzare per determinazione delle funzioni di trasferimento nel dominio del tempo e nel dominio delle frequenze. L'applicazione della trasformata inversa dunque, dà luogo a due differenti metodologie di risoluzione:

- funzioni di trasferimento per ottenere la risposta nel tempo di elementi multistrato a serie temporali di sollecitazioni termiche o flussi di calore (dominio del tempo discreto)
- funzioni di trasferimento per ottenere la risposta a sollecitazioni periodiche di differenti frequenza (dominio delle frequenze).

Il sistema di equazioni 1.14 può essere riformulato in una forma differente:

$$\begin{bmatrix} q(0,s) \\ q(L,s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{D}{B} & -\frac{1}{B} \\ \frac{1}{B} & -\frac{A}{B} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \theta(0,s) \\ \theta(L,s) \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

Successivamente verrà spiegata nel dettaglio una tecnica di risoluzione nel domino del tempo messa a punto da Mitalas.

Il metodo delle funzioni di trasferimento

Il sistema può essere analogamente descritto utilizzando le Z-trasformate al posto delle trasformate di Laplace. Questa sostituzione, che è alla base del TFM, permette l'implementazione del metodo generale in una serie di algoritmi che sono più facilmente traducibili in un linguaggio di programmazione ed hanno la peculiarità di fornire delle prestazioni migliori in termini di tempo di elaborazione.

Per una funzione continua del tempo $f(t)$, campionata ad intervalli regolari Δ , la trasformata di Laplace é:

$$f(0) + f(\Delta)e^{-s\Delta} + f(2\Delta)e^{-2s\Delta} + \dots \quad (1.17)$$

Posto $e^{s\Delta} = z$ si ottiene:

$$f(0)z^0 + f(\Delta)z^{-1} + f(2\Delta)z^{-2} + \dots \quad (1.18)$$

ossia la Z-trasformata della funzione $f(t)$. Dato un sistema sollecitato da un ingresso la cui Z-trasformata é $I(z)$ e la corrispondente uscita $O(z)$, il legame da determinare é $\frac{O(z)}{I(z)}$. Se il sistema é individuato da una funzione di trasferimento $G(s)$ con

$I(s)$ ed $O(s)$ trasformate delle grandezze d'ingresso e di uscita, si ha:

$$H(z) = \frac{O(z)}{I(z)} = \frac{Z[O(s)]}{Z[I(s)]} = \frac{Z[I(s) \cdot G(s)]}{Z[I(s)]} \quad (1.19)$$

Come si evince dalla 1.19, il legame fra ingresso ed uscita é sempre influenzato dal tipo di ingresso impiegato e pertanto si possono ottenere tante $H(z)$ diverse quante sono le possibili funzioni di ingresso.

E' stato osservato che per funzioni interpolatrici di grado superiore al primo si ritrova nella risposta del sistema una componente oscillatoria ineliminabile, che non consente la determinazione di coefficienti utili alla applicazione della procedura

ASHRAE. Per questo motivo gli algoritmi sviluppati impiegano soltanto ingressi interpolati con funzioni a gradino ed a rampa lineare.

L'impiego di differenti funzioni d'ingresso permette di ottenere svariati set di coefficienti adatti a descrivere il comportamento del sistema, offrendo differenti gradi di accuratezza e di semplicità di calcolo.

Qualora si disponga di una successione temporale di valori di input campionati con intervallo Δ , il valore dell'output al generico istante $n\Delta$ può essere calcolato attraverso l'utilizzo di una formula ricorsiva la cui determinazione è indicata dettagliatamente nel proseguo.

Dati di ingresso interpolati con una rampa.

Avendo adottato come ingresso una rampa lineare la cui trasformata di Laplace sia

$$I(s) = \frac{1}{s^2} \quad (1.20)$$

volendo calcolare la funzione di trasferimento 1.19, tenendo conto che nei sistemi termici la funzione di trasferimento ha poli β_n che sono semplici reali e negativi, si ha che facendo uso del teorema dei residui e dello sviluppo di Heaviside:

$$I(s)G(s) = \frac{C_0}{s^2} + \frac{C_1}{s} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d_n}{s - \beta_n} \quad (1.21)$$

C_0 e C_1 sono i coefficienti legati al residuo del polo di molteplicità doppia nell'origine dovuto alla rampa lineare e d_n sono i residui relativi ad i poli propri del sistema termico.

$$C_0 = \left[\frac{A(s)}{B(s)} \right]_{s=0} \quad (1.22)$$

$$C_1 = \left[\frac{A'(s)B(s) - A(s)B'(s)}{B(s)^2} \right]_{s=0} \quad (1.23)$$

$$d_n = \left[\frac{A(s)}{s^2 B'(s)} \right]_{s=\beta_n} \quad (1.24)$$

$$B'(s) = \frac{d}{ds} B(s) \quad (1.25)$$

$$A'(s) = \frac{d}{ds} A(s) \quad (1.26)$$

Se utilizziamo la trasformata di Laplace la funzione di trasferimento è:

$$G(s) = \frac{O(s)}{I(s)} \quad (1.27)$$

e per definizione la funzione di output o risposta del sistema è:

$$O(s) = I(s) \cdot G(s) \quad (1.28)$$

$$O(s) = \frac{C_0}{s^2} + \frac{C_1}{s} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d_n}{s - \beta_n}$$

Se utilizziamo la Z-trasformata otteniamo:

$$I(z) = \frac{\Delta}{z(1 - z^{-1})^2} \quad (1.29)$$

$$O(z) = \frac{C_0 \Delta}{(1 - z^{-1})^2} + \frac{C_1}{(1 - z^{-1})} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d_n}{1 - e^{\beta_n \Delta} z^{-1}} \quad (1.30)$$

mentre la funzione di trasferimento nel dominio di z sarà:

$$H(z) = \frac{O(z)}{I(z)} = \frac{\frac{C_0 \Delta}{(1-z^{-1})^2} + \frac{C_1}{(1-z^{-1})} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d_n}{1-e^{\beta_n \Delta} z^{-1}}}{\frac{\Delta}{z(1-z^{-1})}} =$$

$$= \frac{NUMERATORE(z)}{DENOMINATORE(z)} \quad (1.31)$$

dove $NUMERATORE(z)$ e $DENOMINATORE(z)$ sono dei generici polinomi in z . Coerentemente con il linguaggio comunemente adottato nello studio delle funzioni di trasferimento, le radici del numeratore (z_i tali che $NUMERATORE(z_i) = 0$) sono chiamati *zeri* e le radici del denominatore (p_i tali che $DENOMINATORE(p_i) = 0$) sono chiamati *poli*. Chiaramente il numero di poli n_p denota l'*ordine* del polinomio $DENOMINATORE(z) = (z - p_1)(z - p_2) \dots (z - p_{n_p})$. (1.32)

Limitandosi ai primi N poli il numeratore della funzione di trasferimento può scriversi come:

$$NUMERATORE(z) = \frac{DENOMINATORE(z)}{I(z)} O(z) \quad (1.33)$$

e la $O(z)$ può essere calcolata utilizzando la risposta $O(t)$ del sistema nel dominio del tempo ottenuta mediante l'antitrasformata di Laplace.

$$O(t) = L^{-1}[I(s)G(s)] = C_0 t + C_1 + \sum_{i=1}^N d_i e^{\beta_i t} \quad (1.34)$$

Dati di ingresso interpolati con un gradino.

Avendo adottato come ingresso un gradino unitario la cui trasformata di Laplace sia

$$I(s) = \frac{1}{s} \quad (1.35)$$

valgono le medesime considerazioni fatte per ingresso a rampa lineare apportando le seguenti modifiche:

$$I(s)G(s) = \frac{C_o}{s} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d_n}{s - \beta_n} \quad (1.36)$$

dove

$$C_0 = \left[\frac{A(s)}{B(s)} \right]_{s=0} \quad (1.37)$$

$$d_n = \left[\frac{A(s)}{sB'(s)} \right]_{s=\beta_n} \quad (1.38)$$

$$O(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} d_n e^{\beta_n t} \quad (1.39)$$

Nel dominio di Laplace risulta essere:

$$O(s) = I(s) \cdot G(s) \quad (1.40)$$

$$O(s) = \frac{C_0}{s} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d_n}{s - \beta_n} \quad (1.41)$$

Se utilizziamo la Z-trasformata otteniamo:

$$I(z) = \frac{\Delta}{1 - z^{-1}} \quad (1.42)$$

$$O(z) = \frac{C_0 \Delta}{1 - z^{-1}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d_n}{1 - e^{\beta_n \Delta} z^{-1}} \quad (1.43)$$

mentre la funzione di trasferimento nel dominio di z sarà:

$$\begin{aligned}
H(z) &= \frac{O(z)}{I(z)} = \frac{\frac{C_0 \Delta}{1-z^{-1}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d_n}{1-e^{\beta_n \Delta} z^{-1}}}{\frac{\Delta}{1-z^{-1}}} = \\
&= \frac{NUMERATORE(z)}{DENOMINATORE(z)}
\end{aligned} \tag{1.44}$$

Il metodo delle funzioni di trasferimento applicato alla trasmissione di calore attraverso una parete piana multistrato

L'algoritmo, originariamente proposto da Mitalas, consente di valutare il comportamento termico in regime variabile di pareti multistrato. La trasmissione del calore mono-dimensionale in regime vario attraverso pareti multistrato é descritto da un set di equazioni differenziali alle derivate parziali che possono essere integrate per mezzo di operatori matematici pervenendo alla forma matriciale 1.14. Tale relazione può essere riscritta nella forma certamente più nota:

$$\begin{vmatrix} T_e \\ Q_e \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} T_i \\ Q_i \end{vmatrix} \quad (1.45)$$

nella quale T e Q sono, in questo caso, le trasformate di Laplace delle temperature t_i e t_e e dei flussi termici q_i e q_e in corrispondenza delle facce interna ed esterna della parete in esame, mentre A , B , C e D sono i coefficienti della matrice di trasmissione ottenuti mediante il prodotto delle matrici di trasmissione dei singoli n strati costituenti la parete:

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = \prod_{m=1}^n \begin{vmatrix} a_m & b_m \\ c_m & d_m \end{vmatrix} \quad (1.46)$$

Come abbiamo visto nel paragrafo precedente i coefficienti delle matrici di trasmissione dei singoli strati dipendono dalle caratteristiche termofisiche degli strati.

a_m , b_m , c_m , d_m , sono rispettivamente:

$$\begin{aligned}
a_m &= \cosh \left(L_m \sqrt{\frac{s}{\beta_m}} \right) \\
b_m &= \frac{\sinh \left(L_m \sqrt{\frac{s}{\beta_m}} \right)}{\lambda_m \sqrt{\frac{s}{\beta_m}}} \\
c_m &= \lambda_m \sqrt{\frac{s}{\beta_m}} \cdot \sinh \left(L_m \sqrt{\frac{s}{\beta_m}} \right) \\
d_m &= a_m \\
\text{dove } \beta_m &= \frac{\lambda_m}{\rho_m C_{p_m}}
\end{aligned} \tag{1.47}$$

ed i simboli impiegati hanno, per ogni strato m , il seguente significato:

- $\lambda_m \left[\frac{W}{mK} \right]$ conducibilità termica del m-esimo strato
- $\rho_m \left[\frac{kg}{m^3} \right]$ densità del m-esimo strato
- $C_{p_m} \left[\frac{J}{kgK} \right]$ calore specifico del m-esimo strato
- $L_m [m]$ spessore del m-esimo strato

Se vogliamo valutare i flussi di calore possiamo utilizzare il sistema 1.16 riscritto come:

$$\begin{cases} q_{esterno}(z) = \frac{D(z)}{B(z)} t_{esterno}(z) - \frac{1}{B(z)} t_{interno}(z) \\ q_{interno}(z) = \frac{1}{B(z)} t_{esterno}(z) - \frac{A(z)}{B(z)} t_{interno}(z) \end{cases} \tag{1.48}$$

Nella ipotesi di volere calcolare il valore del flusso emergente sulla faccia interna della parete, la equazione da utilizzare è la seconda del sistema 1.26. Volendo ragionare in termini di funzioni di trasferimento, il sistema in esame è costituito da due funzioni di input, $t_{esterno}$ ed $t_{interno}$ e da un output $q_{interno}$. La funzione di trasferimento del sistema è dunque composta da due sotto-funzioni di trasferimento in parallelo.

Applicando la definizione della Z-trasformata indicata in 1.17 otteniamo:

$$\frac{A(z)}{B(z)} = \frac{c_0 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + c_3 z^{-3} + \dots}{d_0 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + d_3 z^{-3} + \dots} \quad (1.49)$$

$$\frac{1}{B(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + \dots}{d_0 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + d_3 z^{-3} + \dots} \quad (1.50)$$

$$q_{interno}(z) = q_i(z) = q_{i0} + q_{i1} z^{-1} + q_{i2} z^{-2} + q_{i3} z^{-3} + \dots \quad (1.51)$$

$$t_{interno}(z) = t_i(z) = t_{i0} + t_{i1} z^{-1} + t_{i2} z^{-2} + t_{i3} z^{-3} + \dots \quad (1.52)$$

$$t_{esterno}(z) = t_e(z) = t_{e0} + t_{e1} z^{-1} + t_{e2} z^{-2} + t_{e3} z^{-3} + \dots \quad (1.53)$$

Sostituendo queste relazioni nella equazione che descrive il sistema otteniamo:

$$\begin{aligned} & (q_{i0} + q_{i1} z^{-1} + q_{i2} z^{-2} + q_{i3} z^{-3} + \dots)(d_0 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + d_3 z^{-3} + \dots) = \\ & = (t_{e0} + t_{e1} z^{-1} + t_{e2} z^{-2} + t_{e3} z^{-3} + \dots)(b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + \dots) - \\ & - (t_{i0} + t_{i1} z^{-1} + t_{i2} z^{-2} + t_{i3} z^{-3} + \dots)(c_0 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + c_3 z^{-3} + \dots) \end{aligned} \quad (1.54)$$

sviluppando i prodotti ed ordinando i termini, la 1.32 può riscriversi come:

$$\begin{aligned} & [q_{i0} + D_0 + (q_{i1} + D_1)z^{-1} + (q_{i2} + D_2)z^{-2} + (q_{i3} + D_3)z^{-3}] = \\ & = (B_0 + B_1 z^{-1} + B_2 z^{-2} + B_3 z^{-3} + \dots) - (C_0 + C_1 z^{-1} + C_2 z^{-2} + C_3 z^{-3} + \dots) \end{aligned} \quad (1.55)$$

dove:

$$D_n = \sum_{j=1}^n d_j q_{i,(n-j)} \quad B_n = \sum_{j=1}^n b_j t_{e,(n-j)} \quad C_n = \sum_{j=1}^n c_j t_{i,(n-j)} \quad (1.56)$$

e quindi:

$$\begin{aligned} & (q_{i0} + q_{i1}z^{-1} + q_{i2}z^{-2} + q_{i3}z^{-3} + \dots) = \\ & = B_0 - D_0 - C_0 + (B_1 - D_1 - C_1)z^{-1} + (B_2 - D_2 - C_2)z^{-2} + (B_3 - D_3 - C_3)z^{-3} + \dots \end{aligned} \quad (1.57)$$

Pertanto il valore del flusso termico q_i al generico istante $n\Delta$ può essere calcolato con la seguente formula iterativa:

$$q_i(n\Delta) = q_{in} = B_n - D_n - C_n = \sum_{j=1}^n b_j t_{e,(n-j)} - \sum_{j=1}^n d_j q_{i,(n-j)} - \sum_{j=1}^n c_j t_{i,(n-j)} \quad (1.58)$$

I coefficienti b_j c_j d_j vengono detti coefficienti delle funzioni di trasferimento del sistema.

Capitolo 2: sviluppo di un software basato sul TFM per la simulazione termico dinamica di una parete multistrato

Descrizione del software THELDA

Disporre di strumenti informatici “user-friendly” che consentano di stimare i flussi termici in pareti multistrato sottoposte alle naturali variazioni delle grandezze meteorologiche è di fondamentale rilevanza nella corretta progettazione energetico-ambientale degli edifici.

Il software, sviluppato in ambiente Microsoft Visual Basic 5 SP3, è denominato TH.EL.D.A. (Thermal Elements Dynamic Analysis) utilizza l'operatore Z-trasformata per affrontare le problematiche di trasmissione del calore in pareti multistrato. Il codice di calcolo possiede una marcata flessibilità d'uso e consente di calcolare i coefficienti delle funzioni di trasferimento ed il tempo di ritardo di ogni parete esaminata.



Figura 1: maschera di avvio di THELDA

Grazie al software l'utente può creare un repertorio di componenti edilizi con le caratteristiche termofisiche e costruttive prescelte. Di seguito sono sinteticamente riportati i vantaggi connessi all'utilizzo del codice di calcolo. Con esso l'utente:

- può creare un proprio database di coefficienti delle funzioni di trasferimento per i componenti edilizi di maggiore impiego nel territorio d'interesse.
- può introdurre profili di temperatura aria-sole, con intervalli temporali comunque scelti, per svolgere un'analisi termica legata alle particolari caratteristiche climatiche del luogo.
- può introdurre diversi livelli di precisione nella individuazione dei coefficienti di trasferimento, adeguando i dati di input (numero di radici e intervallo di campionamento) in relazione alla parete esaminata.
- può ottimizzare l'impiego degli apporti gratuiti delle componenti opache in relazione al tempo di ritardo desiderato.

L'implementazione sotto linguaggio Visual Basic offre la possibilità di una interfaccia grafica e di un comodo utilizzo delle più moderne tecniche di manipolazione di dati.

L'elevata flessibilità del programma consente all'utente di interagire agevolmente con ogni routine del software. TH.EL.D.A. permette di impostare *on line* gli strati della parete, e di modificare in funzione delle esigenze dell'utente la accuratezza di calcolo.

Il formato di database prescelto per la memorizzazione e manipolazione dei dati di input/output è quello di Microsoft Access 8.0. La scelta è dettata dalla necessità di assicurare piena compatibilità con il "kernel" del codice di calcolo. Le operazioni eseguibili sui dati memorizzati all'interno del database sono svolte dalle cosiddette *query* ove si intende la interrogazione, la manipolazione e la creazione (*stored procedures*) di una o più tabelle della base dati a partire da un criterio di selezione. Tale azione è compiuta interattivamente dall'utente ed eseguita in tempo reale. Il linguaggio impiegato per creare le query di selezione, ordinamento e comando è il *Query Structured Language*

(SQL). I dati di output forniti dal software possono essere memorizzati e richiamati dall'utente per una successiva operazione di ordinamento, ricerca e stampa. I dati di input sono anch'essi memorizzati all'interno del database. È prevista la possibilità di estendere la base di dati di input rendendo ancora più generale l'utilizzo del codice di calcolo.

Le routine di calcolo applicano il metodo della Z-trasformata utilizzando due funzioni interpolatrici della forzante esterna (descritta generalmente da una serie oraria di temperature aria-sole) : una a gradino e una a rampa lineare. L'andamento temporale del flusso termico sulla superficie interna della parete è inoltre visualizzabile in forma grafica.

Il modulo pareti.

Nella figura è riportato il diagramma di flusso semplificato di THELDA.

La modalità di accesso al software è stata differenziata su due livelli:

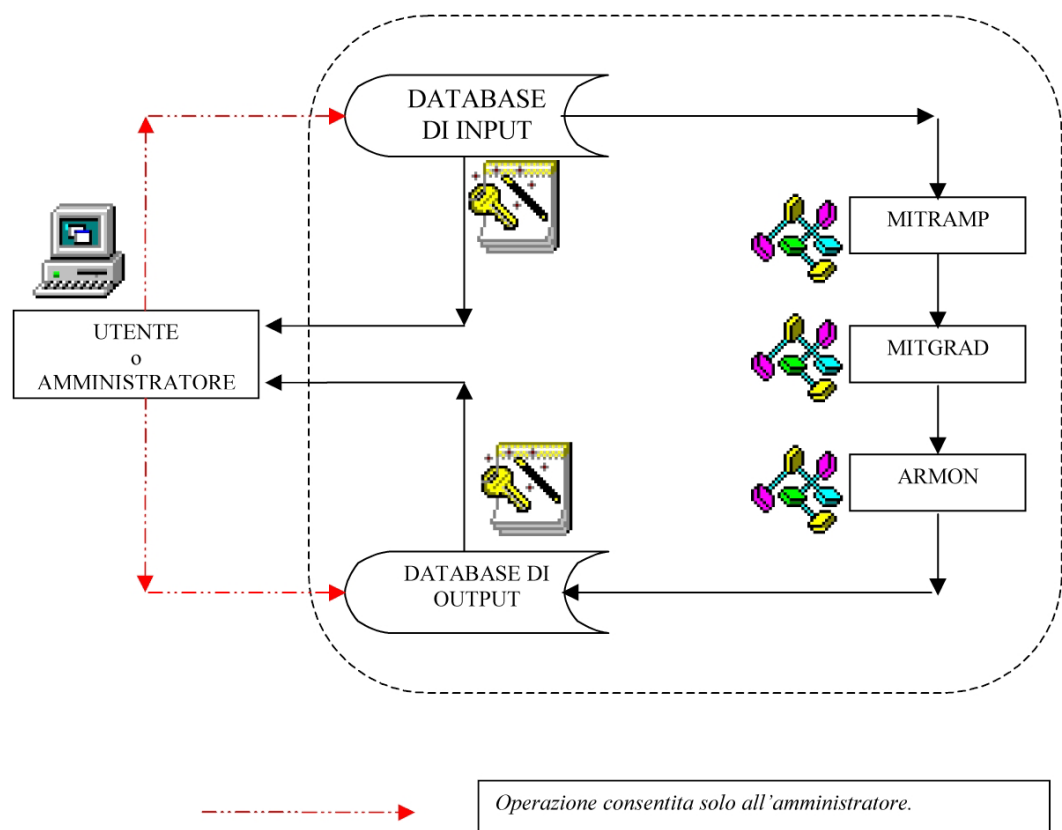


Figura 2: diagramma di flusso semplificato di THELDA

Accesso da parte dell'Amministratore: è protetta da password e consente di modificare senza alcuna limitazione i dati memorizzati nel database.

Accesso da parte dell'Utente: non è protetta da password e le modalità di accesso sono impostate da default.

Il modulo Pareti è caricato entro una finestra principale (vedi figura 4) e le azioni dell'utente, ove possibile, sono guidate da un semplice sistema di controllo-consenso.

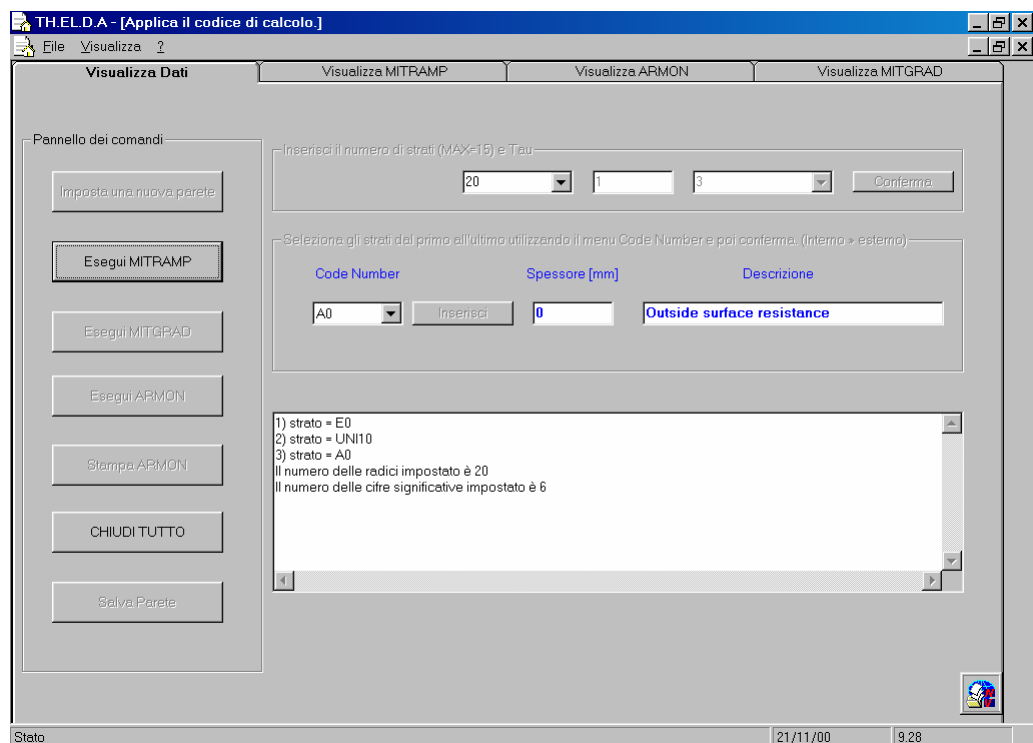


Figura 3: inserimento dati in THELDA

Un primo messaggio richiede all'utente di impostare alcuni parametri iniziali di calcolo.

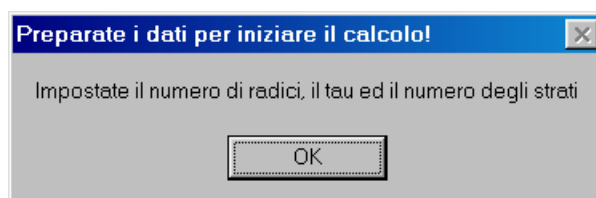


Figura 4: messaggio guida

Essi sono:

Il numero di radici desiderato; il valore di default assunto è 250.

Il numero di strati costituenti la parete in esame; il codice consente di introdurre un numero massimo di strati pari a 15.

Una volta impostati i valori anzidetti, l'utente può andare al passo successivo. Un sistema di controllo impedisce che l'utente dia il consenso senza l'impostazione dei parametri di lancio.

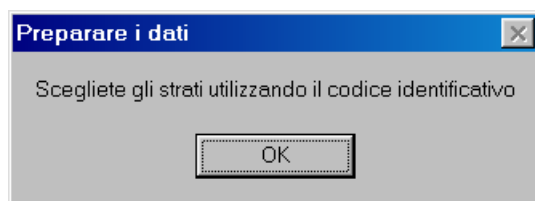


Figura 5: messaggio guida

Una volta espressa la conferma dei dati, essi non sono più modificabili ed i campi vengono disabilitati. Il passo successivo consiste nella individuazione e selezione degli strati costituenti la parete in esame. La individuazione è condotta utilizzando il menù a tendina "Code Number", attraverso l'usuale "scrolling" o utilizzando una comoda funzione di avvicinamento al dato di interesse digitando le prime lettere costituenti il Code Number. Ad ogni Code Number è associata una sintetica descrizione dello strato ed il suo spessore. Una volta certi che il dato individuato sia quello cercato, l'utente conferma la selezione per mezzo di un Command Button. Questa operazione va ovviamente ripetuta un numero di volte uguale al numero di strati precedentemente impostato. Terminata la procedura di acquisizione dei dati di input, le caratteristiche della parete sono riassunte in un campo di testo dove è possibile esaminarle. Il codice chiede conferma all'utente sulla esatta composizione della parete.

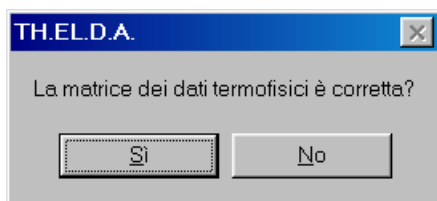


Figura 6: messaggio di controllo-consenso

Se la risposta è negativa, il processo di inserimento dei dati viene ripetuto dall'inizio. Nel caso di risposta affermativa tutti i campi vengono disabilitati e i dati divengono imm modificabili. La procedura di inserimento dati è così terminata mentre diviene possibile eseguire la routine di calcolo attraverso l'apposito Command Button.

Il calcolo è effettuato con le routine denominate MITRAMP, MITGRAD ed ARMON. La routine MITRAMP consente di calcolare i coefficienti da utilizzare per la valutazione del flusso termico della parete in esame, nel caso di funzione di ingresso di tipo a rampa lineare, la routine MITGRAD nel caso di funzione di ingresso di tipo a gradino.

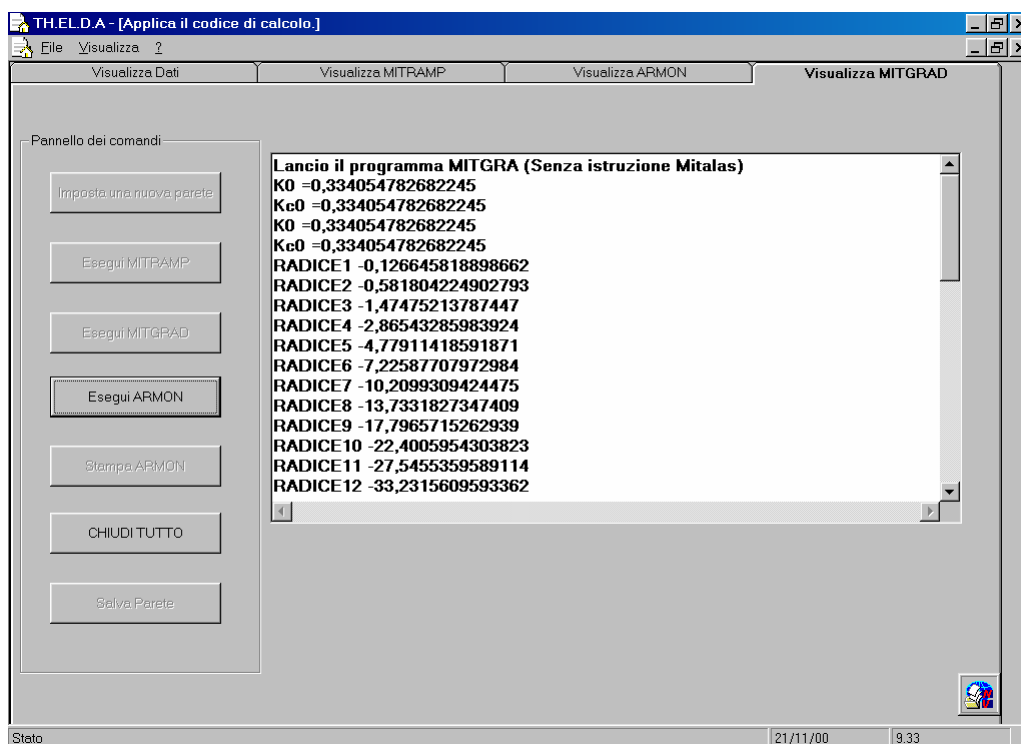


Figura 7: output di MITGRAD

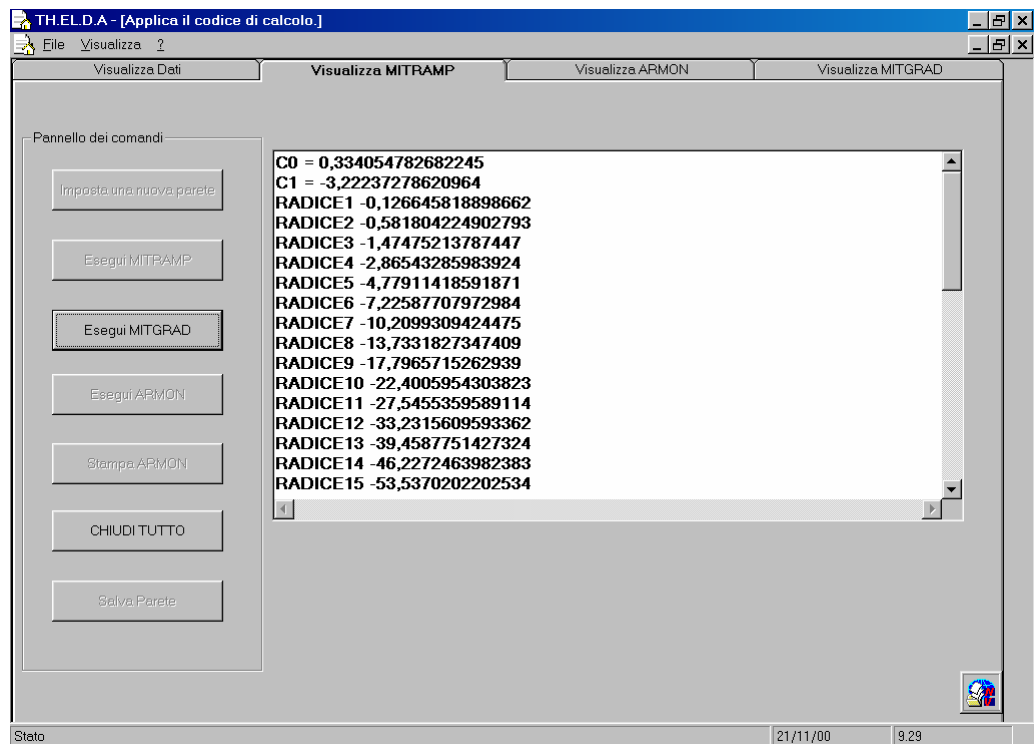


Figura 8: output di MITRAMP

La routine ARMON visualizza graficamente il risultato della analisi svolta. I dati relativi alla parete in esame possono ora essere memorizzati in un database attraverso il Command Button “Salva parete”. É possibile anche stampare l’output grafico.

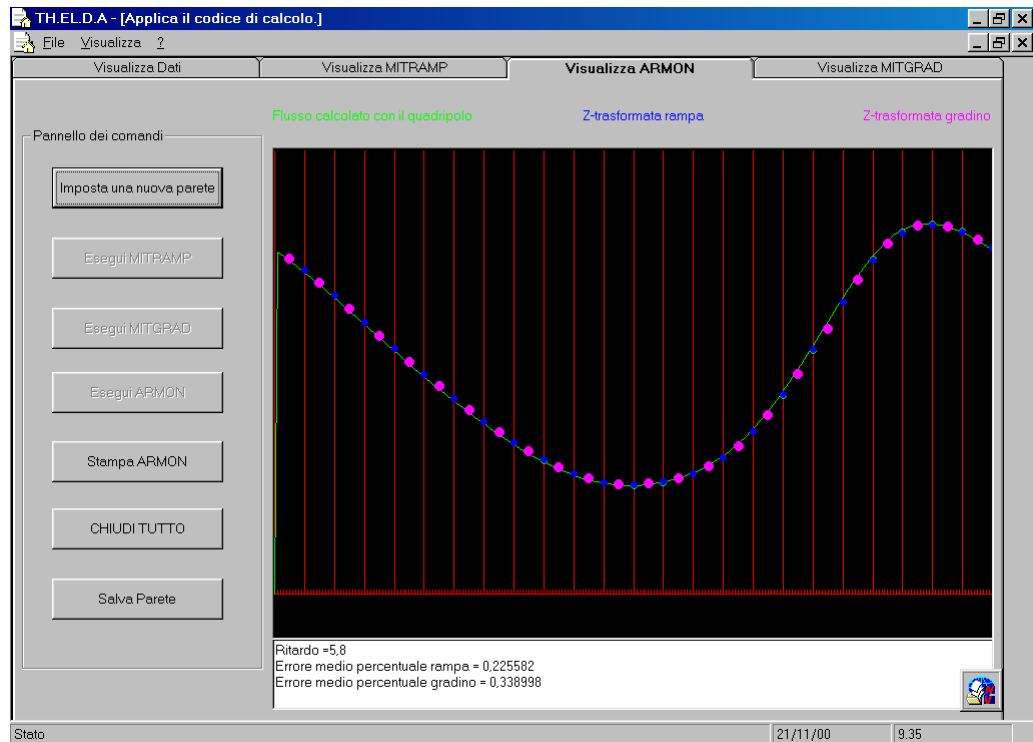


Figura 9: output grafico di THELDA

Attraverso l'utilizzo della barra dei menu é possibile accedere tramite password agli strumenti di gestione del database, che permettono la visualizzazione, la modifica e la stampa dei dati relativi alle caratteristiche termofisiche degli strati e delle pareti già esaminate e salvate.

Modulo Caratteristiche termofisiche degli strati.

Attraverso questa finestra é possibile visualizzare in sequenza tutte le informazioni sulle caratteristiche termofisiche degli strati memorizzati nel database.

Caratteristiche termofisiche degli strati

Chiave:	1
Code_Number:	A0
Descrizione:	Outside surface resistance
Spessore: [mm]	0
Conduktività: [W/mK]	0
Densità: [kg/m ³]	0
Calore specifico: [kJ/kgK]	0
Resistenza: [m ² K/W]	0,059
Mass: [kg/m ²]	0

Record: 1

Figura 10: modulo caratteristiche termofisiche

I dati visualizzati sono riportati in tabella con il seguente schema:

Chiave: numero d'ordine automaticamente assegnato al momento della memorizzazione dello strato in oggetto.

Code_Number: codice alfanumerico di riconoscimento dello strato memorizzato assegnato dall'amministratore del database.

Descrizione: breve descrizione dello strato in oggetto per un facile e veloce riconoscimento da parte dell'utente.

Spessore: spessore dello strato in oggetto [mm].

Conduktività: conduttività termica dello strato in oggetto $\left[\frac{W}{mK} \right]$

Densità: densità dello strato in oggetto $\left[\frac{kg}{m^3} \right]$

Calore specifico: calore specifico dello strato in oggetto $\left[\frac{kJ}{kgK} \right]$

Resistenza: resistenza termica dello strato in oggetto $\left[\frac{m^2 K}{W} \right]$

Mass: densità superficiale dello strato in oggetto $\left[\frac{Kg}{m^2} \right]$

E' possibile la visualizzazione d'insieme dei dati in una finestra indipendente detta "Griglia", nella quale é consentita l'esecuzione di alcune operazioni di ordinamento o filtro sui dati.

Caratteristiche termofisiche degli strati Grid								
Visualizza	Ordina	Filtro	Chiudi					
Chiave	Code_Number	Descrizione	Spessore	Conducitiv�	Densit�	Calore_specifico	Resistenza	Mass
1	A0	Outside surface resistance	0	0	0	0	0,059	0
2	A1	25 mm Stucco	25	0,692	1858	0,84	0,037	47,34
3	A2	100 mm Facebrick	100	1,333	2002	0,92	0,076	203,5
4	A3	Steel siding	2	44,998	7689	0,42	0	11,71
5	A4	12 mm Slag	13	0,19	1121	1,67	0,067	10,74
6	A5	Outside surface resistance	0	0	0	0	0,059	0
7	A6	Finish	13	0,415	1249	1,09	0,031	16,1
8	A7	100 mm Facebrick	100	1,333	2002	0,92	0,076	203,5
9	B1	Air space resistance	0	0	0	0	0,16	0
10	B2	25 mm Insulation	25	0,043	32	0,84	0,587	0,98
11	B3	50 mm Insulation	51	0,043	32	0,84	1,173	1,46
12	B4	75 mm Insulation	76	0,043	32	0,84	1,76	2,44
13	B5	25 mm Insulation	25	0,043	91	0,84	0,587	2,44
14	B6	50 mm Insulation	51	0,043	91	0,84	1,173	4,88
15	B7	25 mm Wood	25	0,121	593	2,51	1,76	15,13
16	B8	62 mm Wood	63	0,121	593	2,51	0,524	37,58
17	B9	100 mm Wood	101	0,121	593	2,51	0,837	60,02
18	B10	50 mm Wood	51	0,121	593	2,51	0,42	30,26
19	B11	75 mm Wood	76	0,121	593	2,51	0,628	45,38
20	B12	75 mm Insulation	76	0,043	91	0,84	1,76	6,83
21	B13	100 mm Insulation	100	0,043	91	0,84	2,347	9,27
22	B14	125 mm Insulation	125	0,043	91	0,84	2,933	11,71
23	B15	150 mm Insulation	150	0,043	91	0,84	3,52	14,15
24	B16	4 mm Insulation	4	0,043	91	0,84	0,088	0,49

Figura 11: griglia caratteristiche termofisiche

Le opzioni di filtro supportano sei operatori di ordinamento indicati nella tabella 1, e gli operatori booleani.

TH.ELDA.

Immettere l'espressione per il filtro:

Esempio(1): Spessore = 100

Esempio(2): Descrizione = "Mattoni pieni"

OK

Annulla

Figura 12: finestra di inserimento query

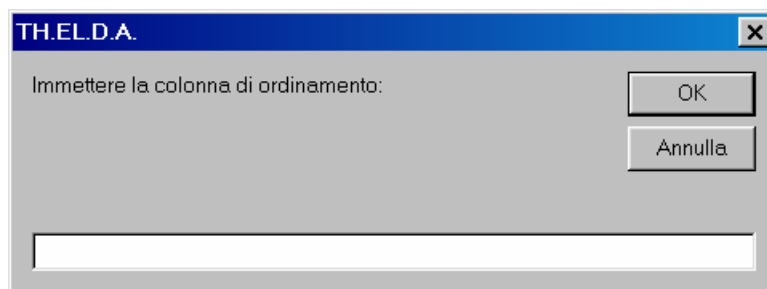


Figura 13: finestra di ordinamento dati

Se ad esempio volessimo recuperare gli strati di spessore uguale a 100 mm e contemporaneamente la cui densità sia compresa fra 1000 e 3000 $\frac{kg}{m^3}$, la espressione da immettere come filtro sarà:

Spessore = 100 and Densità > 1000 and Densità < 3000

È inoltre possibile utilizzare tutti gli operatori di selezione SQL quali ad esempio LIKE ed i caratteri jolly.

Tabella 1: Elenco degli operatori di ordinamento supportati.

<i>Simbolo</i>	<i>Significato</i>
=	Uguale
<>	Non uguale
<	Minore di
>	Maggiore di
<=	Minore od uguale
>=	Maggiore od uguale

Per approfondimenti su tali operatori si rimanda agli usuali testi sul linguaggio SQL

Modulo Elenco pareti salvate.

Questa finestra costituisce l'interfaccia con il database in cui sono memorizzati i dati relativi alle analisi precedentemente svolte.

TH.ELDA

File Visualizza ?

Elenco pareti salvate

Chiave: 2 Spessore_totale: [mm] 104
Composizione: E0 A3 B1 B13 A3 A0 SommaC: 0.284617057604925

Descrizione degli strati dall'interno verso l'esterno: codice, caratteristiche, spessore

1) = E0, Inside surface resistance, 0 mm
2) = A3, Steel siding, 2 mm
3) = B1, Air space resistance, 0 mm
4) = B13, 100 mm Insulation, 100 mm
5) = A3, Steel siding, 2 mm
6) = A0, Outside surface resistance, 0 mm

Ritardo: [h] ?
EMP(rampa) ?
EMP(gradino) ?

bstep0:	9.40210671450328E-07	bramp0:	3.81300254797387E-02	d0:	1
bstep1:	0.140214392986733	bramp1:	0.196749990391691	d1:	-0.244350191717301
bstep2:	0.140692400239975	bramp2:	4.91203964396584E-02	d2:	3.04160895196893E-03
bstep3:	3.70689219967323E-03	bramp3:	6.16399881601917E-04	d3:	-2.48848250232094E-06
bstep4:	2.43195085862841E-06	bramp4:	2.45411192386909E-07	d4:	7.41592838465688E-11
bstep5:	1.70138971881291E-11	bramp5:	1.04273107002539E-12	d5:	-2.1003160966757E-18
bstep6:	1.06961235219939E-17	bramp6:	-3.87830665833448E-17	d6:	2.95802673342489E-31
bstep7:	1.54670563159768E-17	bramp7:	-2.4054735345146E-16	d7:	-3.59161925825607E-51
bstep8:	3.23961726817225E-17	bramp8:	3.05955303046386E-16	d8:	7.32627763113814E-80
bstep9:	-2.0007137523154E-17	bramp9:	-5.37730296199232E-16	d9:	-4.87673124560459E-119

Aggiungi Elimina Visualizza Aggiorna Griglia Stampa... Stampa semplificato

Record: 2

Stato 21/11/00 10.57

Figura 14: finestra elenco pareti salvate

Le informazioni sono relative alle caratteristiche di composizione della parete. Esse sono riportate nell'elenco seguente:

Chiave: numero d'ordine della parete assegnato automaticamente.

Composizione: successione degli strati costituenti la parete indicati con il codice di riconoscimento.

Descrizione degli strati: breve descrizione degli strati costituenti la parete, ordinati dall'interno verso l'esterno.

Spessore totale: spessore totale della parete [mm].

SommaC: sommatoria estesa ai primi dieci termini dei coefficienti che descrivono il comportamento termico della parete.

Bstep(n): successione da 0 a 9 dei coefficienti che descrivono il comportamento termico della parete, con riferimento all'ingresso a gradino.

Bramp(n): successione da 0 a 9 dei coefficienti che descrivono il comportamento termico della parete, con riferimento all'ingresso a rampa lineare.

D(n): successione da 0 a 9 dei coefficienti che descrivono il comportamento termico della parete, comuni ad ambedue le procedure (gradino e rampa lineare)

Ritardo: ritardo della risposta termica della parete espresso in ore.

EMP: errore medio percentuale della analisi svolta

Come nel caso del modulo Caratteristiche termofisiche, i pulsanti che permettono la modifica dei dati memorizzati sono disabilitati per l'utente normale ed abilitati per l'Amministratore del database. I dati possono essere visualizzati in due differenti versioni, delle quali una è completa ed una è semplificata fino alla 5 cifra decimale. Anche in questo modulo è presente una griglia con le caratteristiche prima descritte.

TH.EL.D.A. - [Elenco pareti salvate Grid]									
File Visualizza ?									
Visualizza	Ordina	Filtro	Chiudi						
hieve	Composizione	Descrizione	ire_totale	SommaC	bstep0	bstep1	bstep2	bstep	
1	Composizione prova	Non cancellare mail							
2	E0 A3 B1 B13 A3 A0	1) = E0, Inside surface n	104	0.284617057604925	9.40210671450328E-07	0.140214392986733	0.140692400239975	3.706	
3	E0 E1 B14 A1 A0	1) = E0, Inside surface n	170	9.88990239326519E-02	4.44809380966952E-06	5.93972558387262E-03	5.97898909139112E-02	3.179	
4	E0 C3 B5 A6 A0	1) = E0, Inside surface n	138	0.297741211884418	9.51711033018821E-06	9.75795706450424E-02	0.187030493365273	1.310	
5	E0 E1 B6 C12 A0	1) = E0, Inside surface n	121	0.203385628599237	1.26033264961403E-05	6.44355832030757E-02	0.130159168014159	8.779	
6	E0 A6 B21 C7 A0	1) = E0, Inside surface n	248	0.101511481436335	3.61313420661885E-05	3.44765592658655E-03	5.55549970416726E-02	0.039	
7	E0 E1 B2 C5 A1 A0	1) = E0, Inside surface n	170	0.122704393165584	1.26412033791982E-05	1.52075030216717E-02	8.31569856526921E-02	2.399	
8	E0 UNI1 A0	1) = E0, Inside surface n	140	0.508039559547143	4.43294961870794E-05	7.31928636246063E-02	0.355688347060024	7.839	
9	E0 UNI2 A0	1) = E0, Inside surface n	280	4.20458148533446E-02	8.86539607087623E-05	-2.55179993215561E-04	3.52975998048788E-03	2.053	
10	E0 UNI3 A0	1) = E0, Inside surface n	425	3.18369343079881E-03	1.34553035388746E-04	-5.28407006551167E-04	8.37647314563172E-04	-5.60	
11	E0 UNI4 A0	1) = E0, Inside surface n	120	0.725283741461827	3.79969512367309E-05	0.185980995340147	0.489621042079028	4.954	
12	E0 UNI5 A0	1) = E0, Inside surface n	250	7.17162276204742E-02	7.91564304954947E-05	-1.51415028841294E-04	1.20056537671406E-02	4.124	
13	E0 UNI6 A0	1) = E0, Inside surface n	375	7.75160662296395E-03	1.1872693158089E-04	-4.25818478106848E-04	6.24166157137267E-04	5.361	
14	E0 UNI36 A0	1) = E0, Inside surface n	45	2.32023856479269	4.27463692480514E-05	2.12769980269288	0.19249350053327	2.519	
15	E0 UNI37 A0	1) = E0, Inside surface n	88	0.936465078869739	8.35886548120314E-05	0.448324194207162	0.476840153527717	1.121	
16	E0 UNI38 A0	1) = E0, Inside surface n	138	0.327139136843244	1.31071407758865E-04	3.03723382052379E-02	0.223326288844584	7.199	
17	E0 UNI39 A0	1) = E0, Inside surface n	75	1.23091940829408	7.12415641217139E-05	0.771877486929704	0.455780093147754	3.190	
18	E0 UNI40 A0	1) = E0, Inside surface n	117	0.508842223297434	1.11129944533007E-04	0.105962023974597	0.354824918418099	4.774	
*									

Figura 15: griglia dei coefficienti salvati nel database

Il repertorio di componenti edilizi tipici dell'area mediterranea

Un ambiente confinato é in rapporto continuo con il contesto bioclimatico esterno attraverso l'involucro edilizio, che notoriamente svolge una funzione di protezione e di filtro rispetto agli input esterni. Una corretta ottimizzazione della interfaccia edificio clima é legata, fra gli altri fattori, anche alla selezione di materiali le cui caratteristiche termofisiche siano tali da agevolare il conseguimento della suddetta ottimizzazione.

In particolare, la conoscenza del tempo di ritardo fra l'onda termica incidente e quella emergente all'interno dello spazio confinato, associata alla stima del fattore di attenuazione del flusso di calore, é presupposto di base per una corretta progettazione bioclimatica degli involucri.

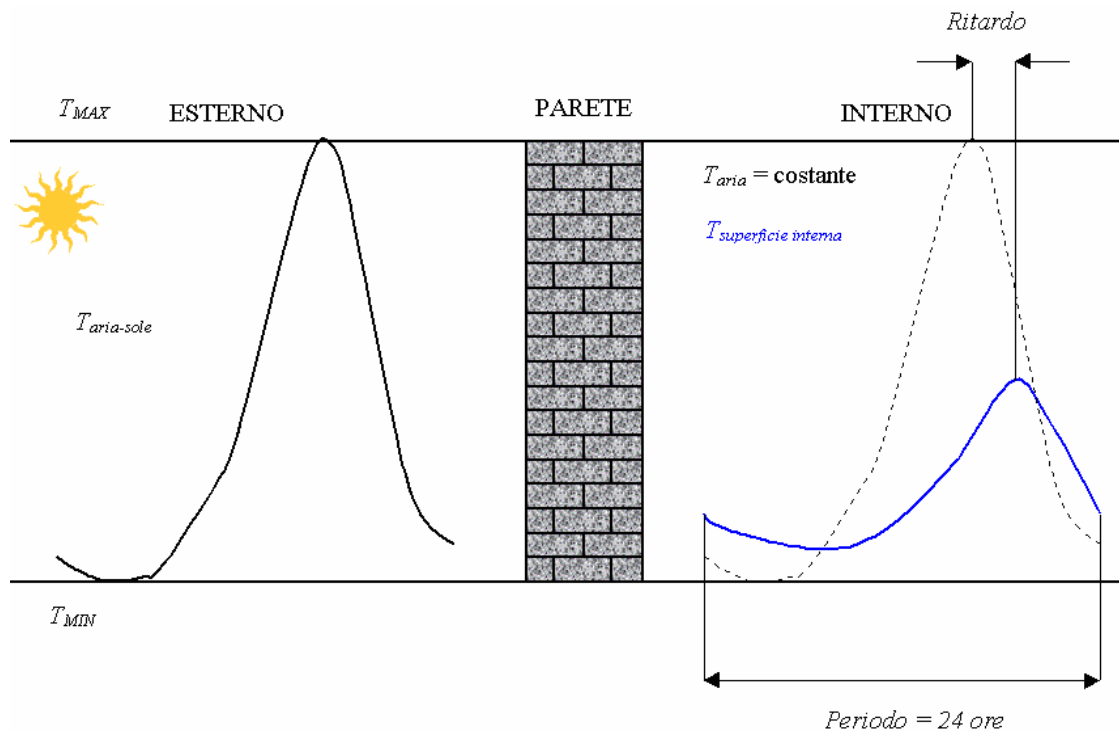


Figura 16: schema delle interazioni ambiente-parete

Il tempo di ritardo ed il fattore di attenuazione (vedi figura) sono inoltre due caratteristiche fondamentali per la determinazione delle capacità di accumulo termico

delle pareti multistrato. È altresì noto che tale capacità è in grado di ottimizzare l'impiego degli apporti gratuiti modulandoli nell'arco delle 24 ore, e che la configurazione ottimale in termini di disposizione e spessore degli strati può agevolare il conseguimento delle condizioni di benessere termoigrometrico. E' noto infatti che strutture murarie con elevato tempo di ritardo e modesto fattore di attenuazione generano delle buone condizioni di comfort termoigrometrico negli spazi confinati in presenza di temperature esterne elevate.

Alla luce delle superiori considerazioni appare evidente l'importanza di poter disporre di un repertorio di componenti edilizi nel quale, oltre alle caratteristiche termofisiche, siano illustrate anche le due caratteristiche prima ricordate.

Al fine di colmare le lacune conoscitive anzidette, seppure in maniera parziale ed ad uno stadio iniziale, è stato analizzato con il codice di calcolo "THELDA" il repertorio di murature e solai contenuto nella norma UNI 10355. La routine di calcolo utilizzata impiega l'operatore Z-trasformata.

Di seguito sono riportate le peculiarità che contraddistinguono questo database da altre banche dati disponibili:

- I dati memorizzati si riferiscono alle analisi precedentemente svolte con l'ausilio del software "THELDA". Ogni utente può costruire una propria banca dati che ricalchi le tipologie costruttive e termofisiche del territorio nel quale si svolgono le indagini.
- I dati estrapolati per mezzo della analisi numerica sono riferiti a pareti complesse multistrato quali quelle effettivamente riscontrabili nella realtà e non a semplici componenti tipici della edilizia italiana.
- Oltre alla possibilità di descrivere l'andamento temporale del flusso termico per qualunque parete esaminata è fornito il tempo di ritardo.

Il tempo di ritardo calcolato ed inserito in questo database fornisce una valutazione precisa della inerzia termica della parete in oggetto.. La conoscenza del tempo di ritardo, inteso come misura dello sfasamento temporale tra il massimo valore del profilo di temperatura *Aria-Sole* ed il massimo valore della temperatura sulla superficie interna della

parete multistrato, consente di perseguire, in parallelo al progetto dell'involucro edilizio, i seguenti obiettivi:

- Miglioramento del benessere termoigrometrico all'interno dell'edificio.
- Limitazione delle dispersioni termiche dell'edificio verso l'ambiente esterno.
- Contenimento ed ottimizzazione dei consumi energetici.
- Corretta utilizzazione degli apporti solari termici gratuiti.

Tali obiettivi sono fanno parte dei principi stabiliti nelle nuove disposizioni comunitari e, per quanto riguarda la legislazione nazionale, nella legge 10 del 9.1.1991.

Per mezzo del codice di calcolo sono state condotte delle analisi sugli elementi edilizi relative alle tipologie di murature e solai fornite dalla norma UNI 10355. Come già detto, nel repertorio manca il riferimento al comportamento termico in regime vario degli elementi, sintetizzato dal tempo di ritardo. Ogni elemento è stato analizzato considerando i coefficienti di adduzione interno ed esterno.

A titolo esemplificativo riportiamo di seguito i dati ottenuti attraverso la analisi di alcuni elementi del repertorio UNI 10355:

<i>Chiave Composizione</i>	<i>n = 0</i>	<i>n = 1</i>	<i>n = 2</i>	<i>n = 3</i>	<i>n = 4</i>	<i>n = 5</i>	<i>n = 6</i>	<i>n = 7</i>	<i>n = 8</i>	<i>n = 9</i>
10 E0 UNI 3 A0										
<i>Somma</i>										
3,18369343										
<i>Descrizione</i>										
<i>b(step)</i>	0,00013	-0,00005	0,00083	-0,00005	0,00126	0,00137	0,00059	0,00006	0,00000	0
<i>b(ramp)</i>	0	0	0,00003	0,00047	0,00133	0,00105	0,00026	0,00002	0	0
<i>d</i>	1	-2,9271	3,29035	-1,7910	0,49195	-0,0654	0,00380	-0,0000	0,00000	0
1) = E0, Inside surface resistance, 0 mm 2) = UNI3, Mattone pieno, 425 mm 3) = A0, Outside surface resistance, 0 mm										
				<i>EMP (rampa)</i>		<i>EMP (gradino)</i>			<i>Ricordo</i>	
				0,05		0,101			12,2	

<i>Chiave Composizione</i>	<i>n = 0</i>	<i>n = 1</i>	<i>n = 2</i>	<i>n = 3</i>	<i>n = 4</i>	<i>n = 5</i>	<i>n = 6</i>	<i>n = 7</i>	<i>n = 8</i>	<i>n = 9</i>
11 E0 UNI 4 A0										
<i>Somma</i>										
0,72528374										
<i>Descrizione</i>										
<i>b(step)</i>	0,00003	0,18598	0,48962	0,04954	0,00009	0	0	0	0	0
<i>b(ramp)</i>	0,04172	0,42453	0,24878	0,01022	0,00001	0	0	0	0	0
<i>d</i>	1	-0,8493	0,10109	-0,0003	0	0	0	0	0	0
1) = E0, Inside surface resistance, 0 mm 2) = UNI4, Mattone pieno, 120 mm 3) = A0, Outside surface resistance, 0 mm										
				<i>EMP (rampa)</i>		<i>EMP (gradino)</i>			<i>Ricordo</i>	
				1,15		0,81			2,5	

[illegible]

Chiave Composizione										
	<i>n</i> = 0	<i>n</i> = 1	<i>n</i> = 2	<i>n</i> = 3	<i>n</i> = 4	<i>n</i> = 5	<i>n</i> = 6	<i>n</i> = 7	<i>n</i> = 8	<i>n</i> = 9
13	E0 UNI6 A0									
<i>Somma</i>										
7,75160662	<i>b</i> (step)	0,00011	-0,0004	0,00062	0,00053	0,00373	0,00264	0,00049	0,00002	0
	<i>b</i> (ramp)	0	0,00000	0,00031	0,00230	0,00351	0,00143	0,00016	0,00000	0
	<i>d</i>	1	-2,5865	2,47185	-1,0795	0,21755	-0,0184	0,00055	-0,0000	0
<i>Descrizione</i>										
				<i>EMP (rampa)</i>			<i>EMP (gradino)</i>			<i>Ritardo</i>
							0,08	0,03	10,3	
1) = E0, Inside surface resistance, 0 mm 2) = UNI6, Mattone pieno, 375 mm 3) = A0, Outside surface resistance, 0 mm										

Oltre all'analisi effettuata per gli elementi edilizi del repertorio UNI, è stato analizzato il repertorio di pareti multistrato orizzontali e verticali individuato nell'ambito delle indagini di campo e bibliografiche effettuate per la redazione del Piano Energetico Comunale di Palermo.

Di seguito si riporta l'elenco delle caratteristiche termofisiche relative alle pareti esaminate ed il calcolo dei coefficienti delle funzioni di trasferimento, il ritardo tipico e l'EMP così come definito in precedenza.

Parete 1: Solaio di copertura piano a terrazza (16+4)

Tipo struttura	orizzontale opaca
Trasmittanza	0,834 ($W/m^2 \cdot K$)
Adduttanza interna	7,700 ($W/m^2 \cdot K$)
Adduttanza esterna	25,000 ($W/m^2 \cdot K$)
Resistenza	1,199 ($m^2 \cdot K/W$)
Spessore totale	0,32 (m)

Strato	Descrizione	Spessore (m)	Densità (kg/m^3)	Capacità termica (kJ/kgK)	Conducibilità (W/mK)	Conduttanza ($W/m^2 K$)	Resistenza termica ($m^2 \cdot K/W$)
A	Intonaco di gesso puro	0,015	1200	1,090	0,350	-	0,043
B	Solaio latero-cemento 16+4	0,200	1500	0,880	-	3,300	0,303
C	Calcestruzzo massetto	0,030	2200	0,920	1,480	-	0,020
C	Bitume	0,005	1200	1,470	0,170	-	0,029
C	Cartone catramato	0,005	1600	1,410	0,500	-	0,010
C	Malta di calce o calce e cemento	0,020	1800	0,910	0,900	-	0,022
C	Mattoni in quadrotti di cls	0,025	2400	0,920	1,910	-	0,013

Elenco pareti salvate

Chiave: Spessore_totale: [mm]

Composizione: SommaC:

Descrizione degli strati dall'interno verso l'esterno: codice, caratteristiche, spessore

La stringa di descrizione della parete eccede i 255 caratteri.
Riferirsi alla composizione della parete!

Ritardo: [h]

EMP(rampa)

EMP(gradino)

bstep0:	2,12357206827939E-05	bramp0:	4,30400630218969E-09	d0:	1
bstep1:	-9,45095144918161E-05	bramp1:	-1,80363610579132E-08	d1:	-3,45049715534877
bstep2:	1,73523677496826E-04	bramp2:	7,14597812535004E-07	d2:	4,72032236230082
bstep3:	-1,66567507697849E-04	bramp3:	1,75034431218678E-05	d3:	-3,26483632918269
bstep4:	1,38127567866525E-04	bramp4:	8,24473334097111E-05	d4:	1,2081288950083
bstep5:	8,42613551760666E-05	bramp5:	1,08495832629971E-04	d5:	-0,234210766969372
bstep6:	8,82131338415775E-05	bramp6:	4,69513070802662E-05	d6:	2,21269024451581E-02
bstep7:	1,78365533841185E-05	bramp7:	6,98159015742163E-06	d7:	-8,82072715773583E-04
bstep8:	1,28771634903533E-06	bramp8:	3,49033353130335E-07	d8:	1,17745823164017E-05
bstep9:	2,60871494291767E-08	bramp9:	5,51488556449383E-09	d9:	-4,95767199109627E-08

Record: 30

Figura 17: analisi della parete 1

Parete 2: Solaio di copertura piano latero-cemento

Tipo struttura	orizzontale opaca
Trasmittanza	1,667 ($W/m^2 \text{ } ^\circ K$)
Adduttanza interna	7,700 ($W/m^2 \text{ } ^\circ K$)
Adduttanza esterna	25,000 ($W/m^2 \text{ } ^\circ K$)
Resistenza	0,600 ($m^2 \text{ } ^\circ K/W$)
Spessore totale	0,265 (m)

Strato	Descrizione	Spessore (m)	Densità (kg/m^3)	Capacità termica (kJ/kgK)	Conducibilità (W/mK)	Conduttanza ($W/m^2 K$)	Resistenza termica ($m^2 \text{ } ^\circ K/W$)
A	Intonaco di calce e gesso	0,015	1400	1,010	0,700	-	0,021
B	Solaio latero-cemento 16+4	0,200	1500	0,880	-	3,300	0,303
C	Massetto con argilla espansa	0,030	1100	0,880	0,350	-	0,086
C	Piastrelle ceramiche	0,020	2300	0,800	1,000	-	0,020

Elenco pareti salvate

Chiave: Spessore_totale: [mm]

Composizione: SommaC:

Descrizione degli strati dall'interno verso l'esterno: codice, caratteristiche, spessore

La stringa di descrizione della parete eccede i 255 caratteri.
Riferirsi alla composizione della parete!

Ritardo: [h]

EMP(rampa)

EMP(gradino)

bstep0:	6,44725982382842E-05	bramp0:	3,79563705490575E-06	d0:	1
bstep1:	-1,34908886486074E-04	bramp1:	2,67833885985463E-03	d1:	-1,81107473794594
bstep2:	9,81855840799946E-03	bramp2:	2,47601609614704E-02	d2:	1,04636353543997
bstep3:	3,67837320497773E-02	bramp3:	0,030200551057421	d3:	-0,211205477991159
bstep4:	1,70965030860016E-02	bramp4:	6,87528206231612E-03	d4:	1,13011651750505E-02
bstep5:	1,15795336949274E-03	bramp5:	2,76105556133876E-04	d5:	-8,86572016702308E-05
bstep6:	9,38772156880327E-06	bramp6:	1,4697396636931E-06	d6:	5,6141141865646E-08
bstep7:	6,2170310277386E-09	bramp7:	6,89927294148244E-10	d7:	-2,22158014417634E-12
bstep8:	2,29959114571033E-13	bramp8:	6,77903379707607E-15	d8:	4,43372209801662E-18
bstep9:	-2,57707321404011E-16	bramp9:	3,04600973737127E-15	d9:	-1,8890278540834E-25

Record: 29

Figura 18: analisi della parete 2

Parete 3:

Solaio di copertura piano a terrazza (16+4)

Tipo struttura	orizzontale opaca
Trasmittanza	1,637 ($W/m^2 \text{ } ^\circ K$)
Adduttanza interna	7,700 ($W/m^2 \text{ } ^\circ K$)
Adduttanza esterna	25,000 ($W/m^2 \text{ } ^\circ K$)
Resistenza	0,611 ($m^2 \text{ } ^\circ K/W$)
Spessore totale	0,30 (m)

Strato	Descrizione	Spessore (m)	Densità (kg/m^3)	Capacità termica (kJ/kgK)	Conducibilità (W/mK)	Conduttanza ($W/m^2 K$)	Resistenza termica ($m^2 \text{ } ^\circ K/W$)
A	Intonaco di gesso puro	0,015	1200	1,090	0,350	-	0,043
B	Solaio latero-cemento 16+4	0,200	1500	0,880	-	3,300	0,303
C	Calcestruzzo massetto	0,030	2200	0,920	1,480	-	0,020
C	Bitume	0,005	1200	1,470	0,170	-	0,029
C	Cartone catramato	0,005	1600	1,410	0,500	-	0,010
C	Malta di calce o calce e cemento	0,020	1800	0,910	0,900	-	0,022
C	Mattoni in quadrotti di cls	0,025	2400	0,920	1,910	-	0,013

Elenco pareti salvate

Chiave: Spessore_totale: [mm]

Composizione: SommaC:

Descrizione degli strati dall'interno verso l'esterno: codice, caratteristiche, spessore

La stringa di descrizione della parete eccede i 255 caratteri.
Riferirsi alla composizione della parete!

Ritardo: [h]

EMP(rampa)

EMP(gradino)

bstep0:	2,12357206827939E-05	bramp0:	4,30400630218969E-09	d0:	1
bstep1:	-9,45095144918161E-05	bramp1:	-1,80363610579132E-08	d1:	-3,45049715534877
bstep2:	1,73523677496826E-04	bramp2:	7,14597812535004E-07	d2:	4,72032236230082
bstep3:	-1,66567507697849E-04	bramp3:	1,75034431218678E-05	d3:	-3,26483632918269
bstep4:	1,38127567866525E-04	bramp4:	8,24473334097111E-05	d4:	1,2081288950083
bstep5:	8,42613551760666E-05	bramp5:	1,08495832629971E-04	d5:	-0,234210766969372
bstep6:	8,82131338415775E-05	bramp6:	4,69513070802662E-05	d6:	2,21269024451581E-02
bstep7:	1,78365533841185E-05	bramp7:	6,98159015742163E-06	d7:	-8,82072715773583E-04
bstep8:	1,28771634903533E-06	bramp8:	3,49033353130335E-07	d8:	1,17745823164017E-05
bstep9:	2,60871494291767E-08	bramp9:	5,51488556449383E-09	d9:	-4,95767199109627E-08

Record: 28

Figura 19: analisi della parete 3

Parete 4: Muratura di pietrame informe – Edilizia storica

Tipo struttura	verticale opaca
Trasmittanza	2,169 ($W/m^2 \text{ } ^\circ K$)
Adduttanza interna	7,700 ($W/m^2 \text{ } ^\circ K$)
Adduttanza esterna	25,000 ($W/m^2 \text{ } ^\circ K$)
Resistenza	0,461 ($m^2 \text{ } ^\circ K/W$)
Spessore totale	0,50 (m)

Strato	Descrizione	Spessore (m)	Densità (kg/m^3)	Capacità termica (kJ/kgK)	Conducibilità (W/mK)	Conduttanza ($W/m^2 K$)	Resistenza termica ($m^2 \text{ } ^\circ K/W$)
A	Malta di calce o calce e cemento	0,020	1800	0,910	0,900	-	0,022
B	Pietrame informe con malta	0,450	2400	0,920	1,910	-	0,236
C	Malta di calce o calce e cemento	0,030	1800	0,910	0,900	-	0,033

Elenco pareti salvate

Chiave: Spessore_totale: [mm]

Composizione: SommaC:

Descrizione degli strati dall'interno verso l'esterno: codice, caratteristiche, spessore

1) = E0, Inside surface resistance, 0 mm
 2) = PAT11, Malta di calce o calce e cemento, 20 mm
 3) = PAPI, Pietrame informe con malta, 450 mm
 4) = PAT12, Malta di calce o calce cemento, 30 mm
 5) = A0, Outside surface resistance, 0 mm

Ritardo: [h]

EMP(rampa)

EMP(gradino)

bstep0:	9,75640767963105E-05	bramp0:	1,33998078613295E-08	d0:	1
bstep1:	-3,60252117588296E-04	bramp1:	2,09332273400809E-06	d1:	-2,69246861089653
bstep2:	5,38147235094704E-04	bramp2:	2,07559831432621E-04	d2:	2,67657822524671
bstep3:	2,683694195075E-04	bramp3:	1,63539786887779E-03	d3:	-1,21040244537168
bstep4:	2,75515085326177E-03	bramp4:	2,64948863117413E-03	d4:	0,24962357565727
bstep5:	2,06455150597491E-03	bramp5:	1,15265532130898E-03	d5:	-2,12187357240852E-02
bstep6:	4,11576425243541E-04	bramp6:	1,43117004977175E-04	d6:	6,23559599229774E-04
bstep7:	1,98826972511601E-05	bramp7:	4,84847895487476E-06	d7:	-5,13483820365841E-06
bstep8:	2,23413626694444E-07	bramp8:	4,00796335197909E-08	d8:	9,67045840102827E-09
bstep9:	4,99043302524402E-10	bramp9:	6,94788296459038E-11	d9:	-3,41310316004356E-12

Record: 27

Figura 20: analisi della parete 4

Parete 5: Parete in calcestruzzo ed intonaco

Tipo struttura	verticale opaca
Trasmittanza	2,806 ($W/m^2 \text{ } ^\circ K$)
Adduttanza interna	7,700 ($W/m^2 \text{ } ^\circ K$)
Adduttanza esterna	25,000 ($W/m^2 \text{ } ^\circ K$)
Resistenza	0,356 ($m^2 \text{ } ^\circ K/W$)
Spessore totale	0,30 (m)

Strato	Descrizione	Spessore (m)	Densità (kg/m^3)	Capacità termica (kJ/kgK)	Conducibilità (W/mK)	Conduttanza ($W/m^2 K$)	Resistenza termica ($m^2 \text{ } ^\circ K/W$)
A	Malta di calce o calce e cemento	0,020	1800	0,910	0,900	-	0,022
B	Calcestruzzo con aggregati nat.	0,250	2400	0,920	1,910	-	0,236
C	Malta di calce o calce e cemento	0,030	1800	0,910	0,900	-	0,033

Elenco pareti salvate

Chiave: Spessore_totale: [mm]

Composizione: SommaC:

Descrizione degli strati dall'interno verso l'esterno: codice, caratteristiche, spessore

1) = E0, Inside surface resistance, 0 mm
 2) = PAT11, Malta di calce o calce e cemento, 20 mm
 3) = PAT13, Calcestruzzo con aggregati naturali, 250 mm
 4) = PAT12, Malta di calce o calce cemento, 30 mm
 5) = A0, Outside surface resistance, 0 mm

Ritardo: [h]

EMP(rampa)

EMP(gradino)

bstep0:	4,01392074649214E-05	bramp0:	2,00707903712561E-05	d0:	1
bstep1:	1,06574730762492E-04	bramp1:	6,32991718642472E-03	d1:	-1,68147268175751
bstep2:	2,00505914352559E-02	bramp2:	3,89577608025589E-02	d2:	0,822999917036025
bstep3:	0,047697634814754	bramp3:	0,031596934462575	d3:	-0,114700835148856
bstep4:	1,29766784192458E-02	bramp4:	4,30988374307409E-03	d4:	2,97401880508862E-03
bstep5:	4,27097959484708E-04	bramp5:	8,52635838242961E-05	d5:	-8,53652015524942E-06
bstep6:	1,28501639594856E-06	bramp6:	1,71225626472981E-07	d6:	1,7871959481127E-09
bstep7:	2,33323120907169E-10	bramp7:	2,22258413508688E-11	d7:	-1,62540631735135E-14
bstep8:	1,11178124205588E-15	bramp8:	1,81246197832831E-14	d8:	3,23671076615361E-21
bstep9:	1,20566088735684E-15	bramp9:	-1,34146318082169E-14	d9:	-6,41369365215212E-30

Record: 26

Figura 21: analisi della parete 5

Parete 6: Parete in blocchi di tufo (2300 kg/m^3) ed intonaco – Edilizia storica

Tipo struttura	verticale opaca
Trasmittanza	$2,040 \text{ (W/m}^2 \text{ °K)}$
Adduttanza interna	$7,700 \text{ (W/m}^2 \text{ °K)}$
Adduttanza esterna	$25,000 \text{ (W/m}^2 \text{ °K)}$
Resistenza	$0,490 \text{ (m}^2 \text{ °K/W)}$
Spessore totale	$0,50 \text{ (m)}$

Strato	Descrizione	Spessore (m)	Densità (kg/m^3)	Capacità termica (kJ/kgK)	Conducibilità (W/mK)	Conduttanza ($\text{W/m}^2 \text{ K}$)	Resistenza termica ($\text{m}^2 \text{ °K/W}$)
A	Malta di calce o calce e cemento	0,020	1800	0,910	0,900	-	0,022
B	Tufo (2300 kg/m^3)	0,450	2300	0,700	1,700	-	0,265
C	Malta di calce o calce e cemento	0,030	1800	0,910	0,900	-	0,033

Elenco pareti salvate

Chiave: Spessore_totale: [mm]

Composizione: SommaC:

Descrizione degli strati dall'interno verso l'esterno: codice, caratteristiche, spessore

1) = E0, Inside surface resistance, 0 mm
 2) = PAT11, Malta di calce o calce e cemento, 20 mm
 3) = PAT5, Blocco di tufo pesante, 400 mm
 4) = PAT12, Malta di calce o calce cemento, 30 mm
 5) = A0, Outside surface resistance, 0 mm

Ritardo: [h]

EMP(rampa)

EMP(gradino)

bstep0:	7,57950368535759E-05	bramp0:	1,77324538453079E-08	d0:	1
bstep1:	-2,45090251976626E-04	bramp1:	1,07942526987571E-04	d1:	-2,23603570594289
bstep2:	8,37258934968681E-04	bramp2:	3,02909272445703E-03	d2:	1,72544921123281
bstep3:	6,62620007878548E-03	bramp3:	9,5867211615477E-03	d3:	-0,541862409631715
bstep4:	9,92160949188848E-03	bramp4:	6,29987187687247E-03	d4:	6,41630426627388E-02
bstep5:	2,68063891519043E-03	bramp5:	9,84265942070148E-04	d5:	-2,29532859897171E-03
bstep6:	1,45000016997168E-04	bramp6:	3,46415784130619E-05	d6:	1,82976375847207E-05
bstep7:	1,37162589494891E-06	bramp7:	2,31920661923858E-07	d7:	-2,3796514996546E-08
bstep8:	1,84669932742451E-09	bramp8:	2,32082862369448E-10	d8:	3,72904426484024E-12
bstep9:	2,69118084488226E-13	bramp9:	2,82380739001796E-14	d9:	-5,09249252045645E-17

Record: 24

Figura 22: analisi della parete 6

Parete 7: Parete in blocchi di tufo (2300 kg/m^3) ed intonaco – Edilizia storica

Tipo struttura	verticale opaca
Trasmittanza	$2,171 \text{ (W/m}^2 \text{ °K)}$
Adduttanza interna	$7,700 \text{ (W/m}^2 \text{ °K)}$
Adduttanza esterna	$25,000 \text{ (W/m}^2 \text{ °K)}$
Resistenza	$0,461 \text{ (m}^2 \text{ °K/W)}$
Spessore totale	$0,45 \text{ (m)}$

Strato	Descrizione	Spessore (m)	Densità (kg/m^3)	Capacità termica (kJ/kgK)	Conducibilità (W/mK)	Conduttanza ($\text{W/m}^2 \text{ K}$)	Resistenza termica ($\text{m}^2 \text{ °K/W}$)
A	Malta di calce o calce e cemento	0,020	1800	0,910	0,900	-	0,022
B	Tufo (2300 kg/m^3)	0,400	2300	0,700	1,700	-	0,235
C	Malta di calce o calce e cemento	0,030	1800	0,910	0,900	-	0,033

Elenco pareti salvate

Chiave: Spessore_totale: [mm]

Composizione: SommaC:

Descrizione degli strati dall'interno verso l'esterno: codice, caratteristiche, spessore

1) = E0, Inside surface resistance, 0 mm
 2) = PAT11, Malta di calce o calce e cemento, 20 mm
 3) = PAT6, Blocco di tufo pesante, 450 mm
 4) = PAT12, Malta di calce o calce cemento, 30 mm
 5) = A0, Outside surface resistance, 0 mm

Ritardo: [h]

EMP(rampa)

EMP(gradino)

bstep0:	8,62968930678508E-05	bramp0:	1,02546343486269E-08	d0:	1
bstep1:	-2,98995781552391E-04	bramp1:	1,57815972478221E-05	d1:	-2,46480458690202
bstep2:	4,93108128024592E-04	bramp2:	8,31433775688274E-04	d2:	2,18226990543379
bstep3:	1,97494554843864E-03	bramp3:	4,25857158640049E-03	d3:	-0,841766301636537
bstep4:	5,69570774322958E-03	bramp4:	4,56635618658814E-03	d4:	0,137994903911798
bstep5:	2,75643504708173E-03	bramp5:	1,26116339557737E-03	d5:	-8,32468676471832E-03
bstep6:	3,1071941780554E-04	bramp6:	9,09213396059766E-05	d6:	1,47100399348397E-04
bstep7:	7,54617239063793E-06	bramp7:	1,55470705922699E-06	d7:	-5,86835767778987E-07
bstep8:	3,49848985349435E-08	bramp8:	5,3327874802996E-09	d8:	4,09326738390962E-10
bstep9:	2,51598400130341E-11	bramp9:	2,93084234384462E-12	d9:	-3,8518331917763E-14

Record: 25

Figura 23: analisi della parete 7

Parete 8: Parete in blocchi di tufo (2300 kg/m^3) ed intonaco – Edilizia storica

Tipo struttura	verticale opaca
Trasmittanza	$2,319 \text{ (W/m}^2 \text{ °K)}$
Adduttanza interna	$7,700 \text{ (W/m}^2 \text{ °K)}$
Adduttanza esterna	$25,000 \text{ (W/m}^2 \text{ °K)}$
Resistenza	$0,431 \text{ (m}^2 \text{ °K/W)}$
Spessore totale	$0,40 \text{ (m)}$

Strato	Descrizione	Spessore (m)	Densità (kg/m^3)	Capacità termica (kJ/kgK)	Conducibilità (W/mK)	Conduttanza ($\text{W/m}^2 \text{ K}$)	Resistenza termica ($\text{m}^2 \text{ °K/W}$)
A	Malta di calce o calce e cemento	0,020	1800	0,910	0,900	-	0,022
B	Tufo (2300 kg/m^3)	0,350	2300	0,700	1,700	-	0,206
C	Malta di calce o calce e cemento	0,030	1800	0,910	0,900	-	0,033

Elenco pareti salvate

Chiave: Spessore_totale: [mm]

Composizione: SommaC:

Descrizione degli strati dall'interno verso l'esterno: codice, caratteristiche, spessore

1) = A0, Outside surface resistance, 0 mm
 2) = PAT12, Malta di calce o calce cemento, 30 mm
 3) = PAT4, Blocco di tufo pesante, 350 mm
 4) = PAT11, Malta di calce o calce e cemento, 20 mm
 5) = E0, Inside surface resistance, 0 mm

Ritardo: [h]

EMP(rampa)

EMP(gradino)

bstep0:	8,65912046409066E-05	bramp0:	2,89621665598286E-07	d0:	1
bstep1:	-2,56293844867561E-04	bramp1:	6,37414946883553E-04	d1:	-2,00726607220617
bstep2:	2,96358213175578E-03	bramp2:	9,72087236557254E-03	d2:	1,32096220305018
bstep3:	1,75494446666115E-02	bramp3:	1,85001875592741E-02	d3:	-0,321974802434562
bstep4:	1,41464061387062E-02	bramp4:	7,01170573251198E-03	d4:	2,47932722243644E-02
bstep5:	1,90277445539843E-03	bramp5:	5,55536671213992E-04	d5:	-4,32516362757261E-04
bstep6:	4,13469329932261E-05	bramp6:	7,94387892964501E-06	d6:	1,15927220022984E-06
bstep7:	1,14730861377539E-07	bramp7:	1,566696503041E-08	d7:	-3,29158241806522E-10
bstep8:	2,99543061640533E-11	bramp8:	3,04088360093572E-12	d8:	6,71354725540984E-15
bstep9:	4,6632020534736E-16	bramp9:	-1,24856850229111E-14	d9:	-6,34672688840674E-21

Record: 23

Figura 24: analisi della parete 8

Parete 9: Parete in blocchi di tufo (1500 kg/m^3) ed intonaco

Tipo struttura	verticale opaca
Trasmittanza	$1,280 \text{ (W/m}^2 \text{ }^\circ\text{K)}$
Adduttanza interna	$7,700 \text{ (W/m}^2 \text{ }^\circ\text{K)}$
Adduttanza esterna	$25,000 \text{ (W/m}^2 \text{ }^\circ\text{K)}$
Resistenza	$0,781 \text{ (m}^2 \text{ }^\circ\text{K/W)}$
Spessore totale	$0,40 \text{ (m)}$

Strato	Descrizione	Spessore (m)	Densità (kg/m^3)	Capacità termica (kJ/kgK)	Conducibilità (W/mK)	Conduttanza ($\text{W/m}^2 \text{ K}$)	Resistenza termica ($\text{m}^2 \text{ }^\circ\text{K/W}$)
A	Malta di calce o calce e cemento	0,020	1800	0,910	0,900	-	0,022
B	Tufo (1500 kg/m^3)	0,350	1500	0,700	0,630	-	0,556
C	Malta di calce o calce e cemento	0,030	1800	0,910	0,900	-	0,033

Elenco pareti salvate

Chiave: Spessore_totale: [mm]

Composizione: SommaC:

Descrizione degli strati dall'interno verso l'esterno: codice, caratteristiche, spessore

1) = E0, Inside surface resistance, 0 mm
 2) = PAT12, Malta di calce o calce cemento, 30 mm
 3) = PAT3, Blocco di tufo, 350 mm
 4) = PAT11, Malta di calce o calce e cemento, 20 mm
 5) = E0, Inside surface resistance, 0 mm

Ritardo: [h]

EMP(rampa)

EMP(gradino)

bstep0:	4,7550949979002E-05	bramp0:	5,84897080802739E-09	d0:	1
bstep1:	-1,71506536831743E-04	bramp1:	5,00900817217585E-06	d1:	-2,6068189682982
bstep2:	2,74748172680491E-04	bramp2:	3,42615772918277E-04	d2:	2,5197973146498
bstep3:	8,1634963565797E-04	bramp3:	2,16622740561781E-03	d3:	-1,11721454238752
bstep4:	3,22589051739172E-03	bramp4:	2,89676837039782E-03	d4:	0,228769672250682
bstep5:	2,02932997928307E-03	bramp5:	1,03541918945991E-03	d5:	-0,019503576526732
bstep6:	3,17187742072641E-04	bramp6:	1,02477633066778E-04	d6:	5,63009751768273E-04
bstep7:	1,14967370692627E-05	bramp7:	2,5964363923441E-06	d7:	-4,10782927870385E-06
bstep8:	8,66915047252E-08	bramp8:	1,43185470850611E-08	d8:	5,45905260682374E-09
bstep9:	1,0851397308045E-10	bramp9:	1,38294260163398E-11	d9:	-9,56299730886107E-13

Record: 22

Figura 25: analisi della parete 9

Parete 10: Parete in blocchi di tufo (1500 kg/m^3) ed intonaco

Tipo struttura	verticale opaca
Trasmittanza	$1,425 \text{ (W/m}^2 \text{ }^\circ\text{K)}$
Adduttanza interna	$7,700 \text{ (W/m}^2 \text{ }^\circ\text{K)}$
Adduttanza esterna	$25,000 \text{ (W/m}^2 \text{ }^\circ\text{K)}$
Resistenza	$0,702 \text{ (m}^2 \text{ }^\circ\text{K/W)}$
Spessore totale	$0,35 \text{ (m)}$

Strato	Descrizione	Spessore (m)	Densità (kg/m^3)	Capacità termica (kJ/kgK)	Conducibilità (W/mK)	Conduttanza ($\text{W/m}^2 \text{ K}$)	Resistenza termica ($\text{m}^2 \text{ }^\circ\text{K/W}$)
A	Malta di calce o calce e cemento	0,020	1800	0,910	0,900	-	0,022
B	Tufo (1500 kg/m^3)	0,300	1500	0,700	0,630	-	0,476
C	Malta di calce o calce e cemento	0,030	1800	0,910	0,900	-	0,033

Elenco pareti salvate

Chiave: Spessore_totale: [mm]

Composizione: SommaC:

Descrizione degli strati dall'interno verso l'esterno: codice, caratteristiche, spessore

1) = E0, Inside surface resistance, 0 mm
 2) = PAT12, Malta di calce o calce cemento, 30 mm
 3) = PAT2, Blocco di tufo, 300 mm
 4) = PAT11, Malta di calce o calce e cemento, 20 mm
 5) = A0, Outside surface resistance, 0 mm

Ritardo: [h]

EMP(rampa)

EMP(gradino)

bstep0:	8,85082492970482E-05	bramp0:	2,03078855432775E-08	d0:	1
bstep1:	-2,81766248586084E-04	bramp1:	1,1835281561305E-04	d1:	-2,18586720474006
bstep2:	9,2997730953364E-04	bramp2:	3,32942009029284E-03	d2:	1,67480597668696
bstep3:	7,29988532532047E-03	bramp3:	1,06750979093791E-02	d3:	-0,539832050273854
bstep4:	1,11777600652953E-02	bramp4:	7,20124386341308E-03	d4:	6,99055114481493E-02
bstep5:	3,14674254622872E-03	bramp5:	1,1761295427227E-03	d5:	-2,99662750851922E-03
bstep6:	1,81768973510748E-04	bramp6:	4,41549248325876E-05	d6:	3,04561415849642E-05
bstep7:	1,85899699611922E-06	bramp7:	3,18079493288453E-07	d7:	-4,82404006965234E-08
bstep8:	2,64896422057348E-09	bramp8:	3,33267382445253E-10	d8:	7,7878040116547E-12
bstep9:	3,77048511620104E-13	bramp9:	3,83675337270946E-14	d9:	-8,65871149721453E-17

Record: 21

Figura 26: analisi della parete 10

Generazione dei coefficienti delle funzioni di trasferimento in THELDA.

Il primo passo è l'inserimento dei dati di input: numero di poli e coefficienti da utilizzare nel calcolo, numero di strati dell'ambiente, identificazione degli strati nel database, e conseguente introduzione delle caratteristiche termofisiche di ogni strato: spessore, densità, calore specifico, conducibilità termica, diffusività.

Vengono creati i vettori delle caratteristiche termofisiche ;

$$\underline{\underline{\lambda}} = \begin{pmatrix} \lambda_{\text{primo strato}} \\ \dots \\ \lambda_{i-\text{esimo strato}} \\ \dots \\ \lambda_{\text{ultimo strato}} \end{pmatrix}, \underline{\underline{\gamma}}, \underline{\underline{\text{spessore}}}, \underline{\underline{C_p}}, \underline{\underline{\alpha}} \quad (2.1)$$

Vengono inseriti dati relativi allo scambio termico: coefficienti di convezione relativi alla superficie interna ed esterna,

Alla fine del processo di preparazione dei dati di input si procede al calcolo della matrice di trasmissione $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ della parete. La matrice di trasmissione é originata dalla produttoria delle matrici di conduzione relative ad ogni strato di ogni parete $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ dove:

$$\begin{aligned}
a &= \cosh\left(L\sqrt{\frac{s}{\alpha}}\right) \\
b &= \frac{\sinh\left(L\sqrt{\frac{s}{\alpha}}\right)}{\lambda\sqrt{\frac{s}{\alpha}}} \\
c &= \lambda\sqrt{\frac{s}{\alpha}} \cdot \sinh\left(L\sqrt{\frac{s}{\alpha}}\right) \\
d &= a
\end{aligned} \tag{2.2}$$

Viene dunque dato inizio al loop di ricerca degli zeri dell'elemento della matrice di trasmissione termica $B(s)$ che, Z-trasformato, è il denominatore di entrambe le sotto-funzioni di trasferimento:

$$Q_{interno}(z) = \frac{1}{B(z)} T_{esterno}(z) - \frac{A(z)}{B(z)} T_{interno}(z) \tag{2.3}$$

Da notare come nelle formule sopra descritte compaia la variabile di Laplace s . Nell'algoritmo di ricerca degli zeri dell'elemento, verrà operata la sostituzione $\sqrt{s} = j\delta \Leftrightarrow s = -\delta^2$. La parte reale della variabile s è minore di 0; la funzione $B(s)$ diviene così una funzione reale della variabile reale δ . Le funzioni iperboliche divengono funzioni trigonometriche introducendo infiniti zeri. L'algoritmo di ricerca degli zeri di $B(s)$ consiste in una procedura che assegna a δ valori di prova sempre positivi (o sempre negativi) fino a trovare quelli particolari che rendono nullo $B(s)$

Come input esterni sono considerati, la temperatura della superficie esterna ed interna. Per ogni sotto-funzione di trasferimento vengono determinati i coefficienti. Per brevità da ora in poi si farà riferimento ai coefficienti delle funzioni di trasferimento per funzioni interpolatrici a rampa lineare.

$$\left\{ \begin{array}{l} H_1(z) = \frac{1}{B(z)} = \frac{Num_1(z)}{Den_1(z)} = \frac{\frac{C_{0,1}T_{camp.}}{(1-z^{-1})^2} + \frac{C_{1,1}}{(1-z^{-1})} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d_{n,1}}{1-e^{-\beta_n T_{camp.}} z^{-1}}}{z \frac{C_{0,1}T_{camp.}}{(1-z^{-1})^2}} \\ H_2(z) = \frac{A(z)}{B(z)} = \frac{Num_2(z)}{Den_2(z)} = \frac{\frac{C_{0,2}T_{camp.}}{(1-z^{-1})^2} + \frac{C_{1,2}}{(1-z^{-1})} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d_{n,2}}{1-e^{-\beta_n T_{camp.}} z^{-1}}}{z \frac{C_{0,2}T_{camp.}}{(1-z^{-1})^2}} \end{array} \right. \quad (2.4)$$

$$\begin{array}{ll} C_{0,1} = \left[\frac{1}{B(s)} \right]_{s=0} & C_{0,2} = \left[\frac{A(s)}{B(s)} \right]_{s=0} \\ C_{1,1} = \left[\frac{-B'(s)}{B^2(s)} \right]_{s=0} & C_{1,2} = \left[\frac{A'(s) \cdot B(s) - A(s) \cdot B'(s)}{B^2(s)} \right]_{s=0} \\ d_{n,1} = \left[\frac{1}{s^2 B'(s)} \right]_{s=-\beta_n} & d_{n,2} = \left[\frac{A(s)}{s^2 B'(s)} \right]_{s=-\beta_n} \end{array} \quad (2.5)$$

Sviluppando le espressioni di cui sopra, il denominatore delle funzioni di trasferimento risulta essere comune:

$$Den(z) = Den_1(z) = Den_2(z) = \prod_{n=1}^{\infty} (1 - e^{-\beta_n T_{camp.}} z^{-1}). \quad (2.6)$$

Come sappiamo utilizzando la Z-trasformata si ottengono buoni risultati con al più una decina di coefficienti (al contrario della trasformata di Laplace). Se utilizziamo solamente i primi N coefficienti, il denominatore può essere descritto come:

$$Den(z) = \prod_{n=1}^N (1 - e^{-\beta_n T_{camp.}} z^{-1}) = Den_0 + Den_1 z^{-1} + Den_2 z^{-2} + \dots + Den_N z^{-N} \quad (2.7)$$

$$D_0 = 1 \quad (2.8)$$

$$Den_1 = -(e^{-\beta_1 T_{camp.}} + e^{-\beta_2 T_{camp.}} + e^{-\beta_3 T_{camp.}} + \dots + e^{-\beta_N T_{camp.}}) \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} Den_2 = & e^{-\beta_1 T_{camp.}} \cdot e^{-\beta_2 T_{camp.}} + e^{-\beta_1 T_{camp.}} \cdot e^{-\beta_3 T_{camp.}} + \dots + \\ & + e^{-\beta_2 T_{camp.}} \cdot e^{-\beta_3 T_{camp.}} + e^{-\beta_2 T_{camp.}} \cdot e^{-\beta_4 T_{camp.}} + \dots + e^{-\beta_{N-1} T_{camp.}} \cdot e^{-\beta_N T_{camp.}} \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$Den_N = (-1)^N \left(e^{-\beta_1 T_{camp.}} \cdot e^{-\beta_2 T_{camp.}} \cdot e^{-\beta_3 T_{camp.}} \cdot e^{-\beta_4 T_{camp.}} \cdot \dots \cdot e^{-\beta_N T_{camp.}} \right) \quad (2.11)$$

I termini che appaiono nel generico d_N sono presi in modo da comporre tutte le differenti combinazioni degli N elementi presi n ad n .

Anche il numeratore della generica funzione di trasferimento può essere espresso come somma di N termini secondo la definizione di Z-trasformata:

$$Num_1(z) = \left(Num_0 + Num_1 z^{-1} + Num_2 z^{-2} + \dots + Num_{N+1} z^{-N-1} \right) \quad (2.12)$$

Sapendo che in generale $Num(z) = \frac{Den(z)}{I(z)} O(z)$, sviluppando la Z-trasformata del segnale di output ed utilizzando la trasformata inversa di Laplace otteniamo che

$$O(z) = o_0 + o_1 z^{-1} + o_2 z^{-2} + \dots + o_N z^{-N} \quad (2.13)$$

dove per ingresso interpolato a rampa lineare:

$$\begin{aligned} o_0 &= o(t)_{t=0} = C_1 + \sum_{n=1}^{\infty} d_n \\ o_1 &= o(t)_{t=\Delta} = C_1 + C_0 \Delta + \sum_{n=1}^{\infty} d_n e^{-\beta_n \Delta} \\ o_2 &= o(t)_{t=2\Delta} = C_1 + 2C_0 \Delta + \sum_{n=1}^{\infty} d_n e^{-2\beta_n \Delta} \\ &\dots \\ o_n &= o(t)_{t=n\Delta} = C_1 + nC_0 \Delta + \sum_{n=1}^{\infty} d_n e^{-n\beta_n \Delta} \\ &\dots \end{aligned} \quad (2.14)$$

quindi:

$$\begin{aligned}
Num_1(z) &= \frac{Den(z)}{I(z)} O(z) = \\
&= (1 - z^{-1}) (Den_0 + Den_1 z^{-1} + Den_2 z^{-2} + \dots + Den_N z^{-N}) (o_0 + o_1 z^{-1} + o_2 z^{-2} + \dots + o_N z^{-N}) = \\
&= (Num_0 + Num_1 z^{-1} + Num_2 z^{-2} + \dots + Num_{N+1} z^{-N-1})
\end{aligned} \tag{2.15}$$

Posso quindi calcolare i coefficienti del numeratore come:

$$\begin{aligned}
Num_0 &= m_0 o_0 + \bar{m} o_1 \\
Num_1 &= m_1 o_0 + m_0 o_1 + \bar{m} o_2 \\
Num_2 &= m_2 o_0 + m_1 o_1 + m_0 o_2 + \bar{m} o_3 \\
&\dots \\
Num_n &= m_n o_0 + m_{n-1} o_1 + \dots + m_1 o_{n-1} + m_0 o_n + \bar{m} o_{n+1} \\
&\dots \\
Num_{N+1} &= m_{N+1} o_0 + m_N o_1 + \dots + m_1 o_{N-1} + m_0 o_N + \bar{m} o_{N+1}
\end{aligned} \tag{2.16}$$

dove:

$$\begin{aligned}
\bar{m} &= \frac{1}{\Delta} \\
m_1 &= \frac{1}{\Delta} (Den_1 - 2Den_0) \\
m_2 &= \frac{1}{\Delta} (Den_2 - 2Den_1 + Den_0) \\
&\dots \\
m_n &= \frac{1}{\Delta} (Den_{n+1} - 2Den_n + Den_{n-1}) \\
&\dots \\
m_N &= \frac{1}{\Delta} (-2Den_N + Den_{N-1}) \\
m_{N+1} &= \frac{1}{\Delta} Den_N
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Una volta calcolati i coefficienti del denominatore e, analogamente al primo, del secondo numeratore delle funzioni di trasferimento, possiamo applicare direttamente le formule ricorsive in per la risoluzione del sistema.

Espandendo nella variabile z tutti gli elementi della equazione 2.3 e modificando leggermente gli indici per ottenere una maggiore chiarezza nel testo otteniamo:

$$\begin{aligned}
Q_{interno}(z) &= \frac{1}{B(z)} T_{esterno}(z) - \frac{A(z)}{B(z)} T_{interno}(z) \Rightarrow \\
\Rightarrow Qi(z) &= \frac{1}{B(z)} Te(z) - \frac{A(z)}{B(z)} Ti(z)
\end{aligned} \tag{2.18}$$

$$\frac{1}{B(z)} = \frac{Num1_0 + Num1_1 z^{-1} + Num1_2 z^{-2} + \dots + Num1_N z^{-N}}{Den_0 + Den_1 z^{-1} + Den_2 z^{-2} + \dots + Den_N z^{-N}} \tag{2.19}$$

$$\frac{A(z)}{B(z)} = \frac{NumA_0 + NumA_1 z^{-1} + NumA_2 z^{-2} + \dots + NumA_N z^{-N}}{Den_0 + Den_1 z^{-1} + Den_2 z^{-2} + \dots + Den_N z^{-N}} \tag{2.20}$$

Sviluppando i prodotti, espandendo nella variabile z ed ordinando si può ottenere:

$$\begin{aligned}
&\left[Qi_0 + \Omega_0 + (Qi_1 + \Omega_1) z^{-1} + (Qi_2 + \Omega_2) z^{-2} + (Qi_3 + \Omega_3) z^{-3} + \dots \right] = \\
&= (\Xi_0 + \Xi_1 z^{-1} + \Xi_2 z^{-2} + \Xi_3 z^{-3} \dots) - (\Psi_0 + \Psi_1 z^{-1} + \Psi_2 z^{-2} + \Psi_3 z^{-3} \dots)
\end{aligned} \tag{2.21}$$

dove:

$$\Omega_n = \sum_{j=1}^n Den_j Qi_{n-j} \tag{2.22}$$

$$\Xi_n = \sum_{j=1}^n Num1_j Te_{n-j} \tag{2.23}$$

$$\Psi_n = \sum_{j=1}^n NumA_j Ti_{n-j} \tag{2.24}$$

e quindi

$$Qi_n = \Xi_n - \Omega_n - \Psi_n = \sum_{j=1}^n Num1_j Te_{n-j} - \sum_{j=1}^n NumA_j Ti_{n-j} - \sum_{j=1}^n Den_j Qi_{n-j} \tag{2.25}$$

Validazione del risultato tramite confronto con la soluzione periodica stabilizzata: la routine Armon

Allo scopo di stimare la precisione ottenibile con l'algoritmo impiegato, anche in relazione alle diverse forme dei segnali utilizzati, i flussi calcolati sono stati paragonati con quelli ottenuti tramite l'analisi di Fourier in regime periodico stabilizzato. A tal scopo è stato implementato in THELDA una apposita routine. Per condurre tale analisi è stato necessario definire per la temperatura t_e una regola di interpolazione in grado di riprodurre un comportamento fisico realistico a partire dai dati campionati. A tale scopo il segnale di ingresso è stato rappresentato mediante la funzione $X(t)$, non discreta all'interno del generico intervallo di campionamento t_n, t_{n+1} , definita dall'espressione:

$$X(t) = at^3 + bt^2 + ct + d \quad (2.26)$$

in cui i coefficienti a, b, c, d sono calcolati imponendo i seguenti vincoli:

- 1) la funzione $X(t)$ assuma i valori $X(t_n)$ ed $X(t_{n+1})$
- 2) la tangente, nel punto di coordinate $[t_n, X(t_n)]$, alla curva rappresentante la funzione $X(t)$ formi angoli eguali con i segmenti congiungenti $X(t_n)$ a $X(t_{n-1})$ ed $X(t_n)$ a $X(t_{n+1})$

In regime periodico stabilizzato ogni generica forma d'onda $f(t)$ di periodo T può essere sviluppata nella somma di onde sinusoidali con frequenze multiple della fondamentale

$$f(t) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)] \quad (2.27)$$

Se la $f(t)$ è nota in corrispondenza agli N istanti nei quali è stato suddiviso il periodo T , i coefficienti della (5) sono:

$$\begin{aligned}
a_0 &= \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f\left(\frac{kt}{N}\right) \\
a_n &= \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f\left(\frac{kt}{N}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) \\
b_n &= \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f\left(\frac{kt}{N}\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi kn}{N}\right)
\end{aligned} \tag{2.28}$$

Calcolando poi le risposte temporali a ciascuna componente armonica e combinandole insieme, si può ottenere la risposta del sistema alla generica $f(t)$.

Stima della precisione ottenibile tramite confronto della soluzione ottenuta con analisi di Fourier.

Poiché il calcolo dei carichi termici degli impianti di climatizzazione secondo la procedura ASHRAE é effettuato su base oraria, come parametro di confronto è stato utilizzato l'Errore Medio Percentuale (EMP) così definito:

$$EMP = \frac{1}{24} \sum_{\tau=1}^{24} \frac{|Q_Z(\tau) - Q_F(\tau)|}{Q_F(\tau)} \cdot 100 \tag{2.29}$$

dove Q_Z e Q_F sono i valori dei flussi termici al tempo τ calcolati con le procedure basate rispettivamente sulla Z-trasformata e sull'analisi di Fourier.

Capitolo 3: applicazione del TFM ad una zona termica.

Il calcolo dei coefficienti del metodo delle funzioni di trasferimento (Transfer Function Method) per un ambiente confinato.

È stato già ricordato in precedenza che gli strumenti matematici più largamente utilizzati per la simulazione energetica degli ambienti fanno uso del metodo delle funzioni di trasferimento raccomandato dall'ASHRAE. Tale metodo è particolarmente indicato nel caso di sistemi di equazioni sollecitate da segnali di input discreti quali ad esempio i profili di temperatura aria-sole e le temperatura dell'aria esterna, i cui valori sono generalmente disponibili in forma tabulare campionati ad un ora.

Questo capitolo descrive la metodologia del metodo delle funzioni di trasferimento applicato ad una singola zona termica.

L'obiettivo è quello di elaborare un algoritmo, e successivamente un software, fondato sull'utilizzo della Z-trasformata, che permetta di calcolare i set di coefficienti atti a descrivere correttamente il comportamento termico di ambienti caratterizzati da alti valori di inerzia termica e diversificati nella composizione degli strati costituenti l'involucro edilizio, caratteristici dell'area mediterranea.

Come precedentemente affermato per il caso di una singola parete multistrato, anche per l'algoritmo sviluppato per la zona termica si è deciso di mantenere come caratteristica peculiare la possibilità di variare la precisione dell'analisi svolta scegliendo un appropriato numero di coefficienti e radici delle funzioni di trasferimento.

L'ambiente da analizzare è definito da superfici esterne trasparenti ed opache e da superfici opache interne.

I parametri iniziali che determinano la accuratezza della analisi sono il numero di radici del sistema di equazioni, il numero di coefficienti della Z–trasformata che consentiranno la ricostruzione del segnale in uscita, ed il numero di iterazioni che consente al sistema simulato di andare a regime.

Per descrivere e successivamente implementare in un algoritmo il comportamento termico dell'intero ambiente, occorre scrivere i bilanci termici che regolano gli scambi convettivi e radiativi delle superfici considerate.

Bilancio termico di una generica parete confinante con l'esterno provvista di finestra:

Nell'elenco sotto riportato sono esemplificati gli scambi termici di una generica parete confinante con l'ambiente esterno e dotata di finestra.

Flussi di calore sulla superficie esterna della parete:

- Radiazione solare diretta incidente sul vetro, variabile nel tempo
- Radiazione solare diffusa incidente sul vetro, variabile nel tempo
- Generico flusso termico entrante, variabile nel tempo.

Grandezze fisiche caratterizzanti lo scambio termico fra l'ambiente esterno e la superficie esterna della parete:

- Temperatura dell'aria esterna
- Coefficiente di scambio termico adduttivo
- Temperatura aria-sole variabile nel tempo, variabile nel tempo
- Superficie opaca della parete
- Superficie trasparente della parete

Flussi di calore sulla superficie interna della parete:

- Radiazione solare diretta emergente dal vetro, variabile nel tempo
- Radiazione solare diffusa emergente dal vetro, variabile nel tempo
- Generico flusso termico emergente, variabile nel tempo.
- Flusso termico incidente proveniente dall'interno dell'ambiente, variabile nel tempo.

Grandezze fisiche caratterizzanti lo scambio termico fra l'ambiente esterno e la superficie esterna della parete:

- Temperatura dell'aria interna all'ambiente, variabile nel tempo
- Coefficienti di scambio termico radiativo
- Coefficiente di scambio termico convettivo interno
- Temperature delle superfici interne delle altre pareti, variabili nel tempo
- Coefficiente di scambio termico della superficie vetrata
- Fattori di trasparenza ed oscuramento per le radiazioni solari diretta e diffusa
- Fattori di vista tra la superficie vetrata e le altre pareti relativi alla radiazione solare diretta e diffusa

Sulla superficie esterna della parete lo scambio termico è stato semplificato utilizzando il concetto della temperatura aria-sole. La superficie interna della parete scambia convettivamente con l'aria interna e radiativamente con tutte le altre pareti. Riceve inoltre una certa quantità di energia proveniente dall'interno dell'ambiente a causa di apparecchiature, impianti od altro. Lo scambio termico tra superficie vetrata e l'aria interna è descritto da un semplice coefficiente di scambio. Sulla superficie esterna della finestra incide una radiazione diretta e diffusa che viene parzialmente attenuata prima di penetrare entro l'ambiente. Una volta entrata, radiazione solare viene distribuita sulle altre pareti secondo un semplice modello risalente all'ampiezza delle superfici, diversificato per la radiazione diretta e diffusa.

Gli scambi termici sopra descritti possono essere meglio compresi tramite la figura seguente:

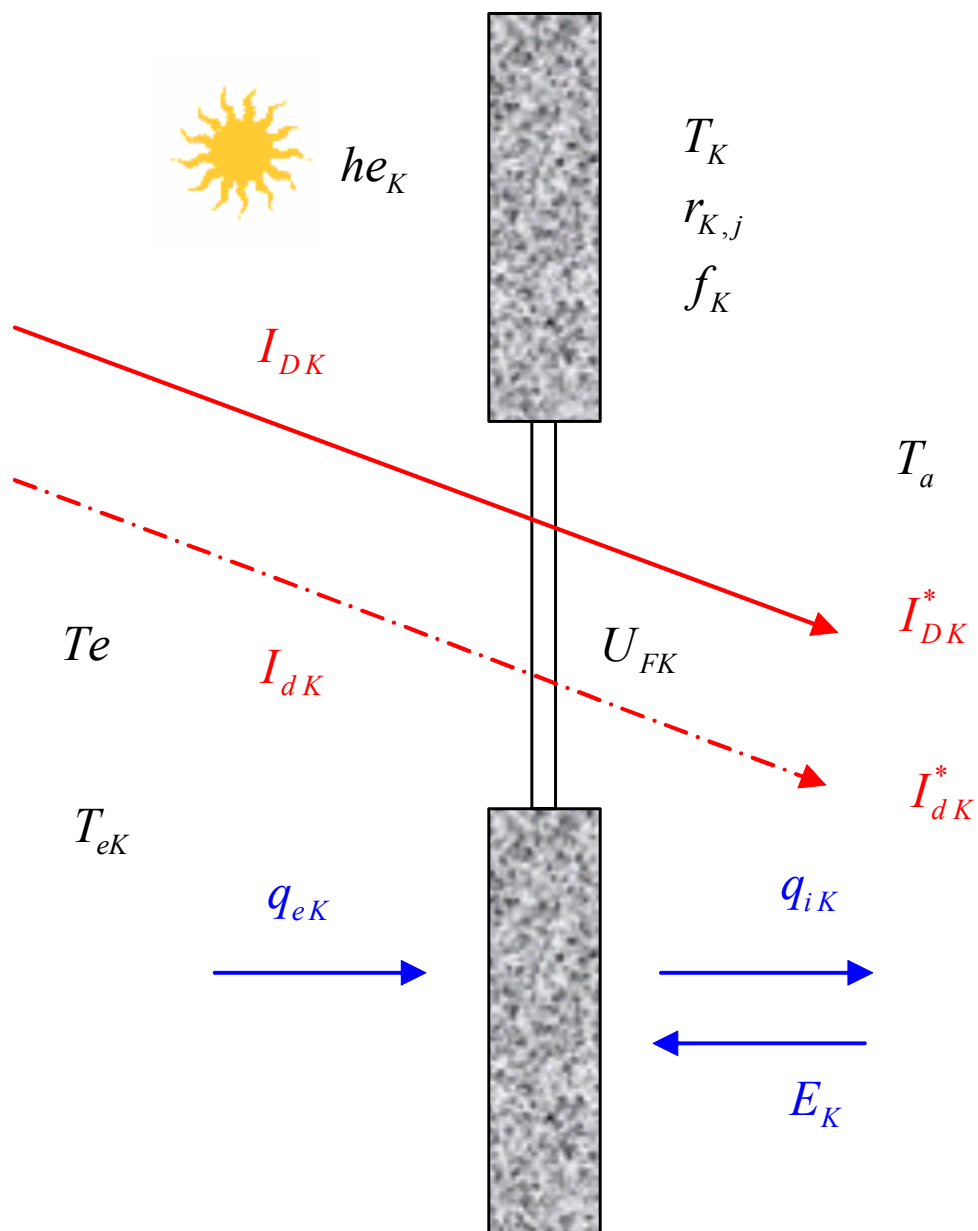


Figura 27: bilancio termico della parete esterna

ove i simboli impiegati hanno il seguente significato:

T_e temperatura dell'aria esterna $[\text{°C}]$

T_{eK} temperatura aria-sole sulla K -esima parete esterna $[\text{°C}]$

h_{eK} coefficiente di adduzione esterno della K -esima parete esterna $\left[\frac{W}{mK} \right]$

I_{DK} radiazione solare diretta incidente il vetro della K -esima parete $\left[\frac{W}{m^2} \right]$

I_{dK} radiazione solare diffusa incidente il vetro della K -esima parete $\left[\frac{W}{m^2} \right]$

I_{DK}^* radiazione solare diretta emergente dal vetro della K -esima parete $\left[\frac{W}{m^2} \right]$

I_{dK}^* radiazione solare diffusa emergente dal vetro della K -esima parete $\left[\frac{W}{m^2} \right]$

q_{eK} flusso termico entrante nella parete K -esima $\left[\frac{W}{m^2} \right]$

q_{iK} flusso termico emergente dalla parete K -esima $\left[\frac{W}{m^2} \right]$

f_K coefficiente convettivo interno dalla parete K -esima $\left[\frac{W}{mK} \right]$

$r_{K,J}$ coefficiente di scambio radiativo della parete K -esima con la parete J -esima $\left[\frac{W}{mK} \right]$

T_K temperatura della superficie interna della parete K -esima $[^{\circ}C]$

U_{FK} coefficiente di scambio termico della superficie vetrata associata alla K -esima parete $\left[\frac{W}{mK} \right]$

T_a temperatura dell'aria interna $[^{\circ}C]$

E_K potenza termica incidente sulla parete K -esima proveniente dall'interno $[W]$

Equazione di bilancio termico della generica parete esterna

Possiamo dunque condensare in una singola relazione la espressione della potenza termica emergente dalla superficie della generica parete esterna K -esima che viene trasmessa all'ambiente interno per convezione ed irraggiamento:

$$q_{iK} S_K = f_K S_K (T_K - T_a) + S_K \sum_{\substack{J=1 \\ J \neq K}}^6 r_{K,J} (T_K - T_J) - E_K \quad (3.1)$$

dove relativamente alle superfici i simboli impiegati hanno il seguente significato:

S_{VK} superficie netta della finestra associata alla parete K -esima $[m^2]$

S_{FK} superficie lorda della finestra associata alla parete K -esima $[m^2]$

S_{TK} superficie del telaio della finestra associata alla parete K -esima $[m^2]$

S_K superficie netta della parete K -esima $[m^2]$

S_K^* superficie lorda della parete K -esima, somma della superficie netta e della superficie lorda della finestra associata $[m^2]$

Equazione di bilancio termico in forma matriciale della generica parete esterna

Inoltre, siamo in grado di descrivere il flusso termico che attraversa la componente opaca della parete in forma matriciale utile per l'applicazione del TFM. Utilizzando le temperature superficiali interne, le temperatura aria-sole ed i flussi termici incidenti ed emergenti dalla parete otteniamo:

$$\begin{vmatrix} T_{eK} \\ q_{eK} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{h_{eK}} \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} A_K & B_K \\ C_K & D_K \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} T_K \\ q_{iK} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_K + \frac{C_K}{h_{eK}} & B_K + \frac{D_K}{h_{eK}} \\ C_K & D_K \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} T_K \\ q_{iK} \end{vmatrix} \quad (3.2)$$

da cui:

$$\begin{cases} T_{eK} = \left(A_K + \frac{C_K}{h_{eK}} \right) T_K + \left(B_K + \frac{D_K}{h_{eK}} \right) q_{iK} \\ q_{eK} = C_K T_K + D_K q_{iK} \end{cases} \quad (3.3)$$

$$q_{iK} = \frac{T_{eK} - \left(A_K + \frac{C_K}{h_{eK}} \right) T_K}{B_K + \frac{D_K}{h_{eK}}}$$

Questa nuova espressione del flusso termico emergente può essere sostituito nella equazione * ottenendo:

$$\left[\frac{T_{eK} - \left(A_K + \frac{C_K}{h_{eK}} \right) T_K}{B_K + \frac{D_K}{h_{eK}}} \right] S_K = f_K S_K (T_K - T_a) + S_K \sum_{\substack{J=1 \\ J \neq K}}^6 r_{K,J} (T_K - T_J) - E_K \quad (3.4)$$

e quindi:

$$\begin{aligned} & \left[T_{eK} - \left(A_K + \frac{C_K}{h_{eK}} \right) T_K \right] S_K = \\ & = \left(B_K + \frac{D_K}{h_{eK}} \right) \left[f_K S_K (T_K - T_a) + S_K \sum_{\substack{J=1 \\ J \neq K}}^6 r_{K,J} (T_K - T_J) - E_K \right] \end{aligned} \quad (3.5)$$

La potenza termica incidente proveniente dall'interno dell'ambiente è dovuta ai fenomeni di scambio termico radiativo che si instaurano in presenza di superfici finestate. Se indichiamo come:

f_{DK} il fattore di trasparenza ed oscuramento della radiazione solare diretta incidente il vetro della K -esima parete

f_{dK} il fattore di trasparenza ed oscuramento della radiazione solare diffusa incidente il vetro della K -esima parete

allora:

$$\begin{aligned} I_{DK}^* &= f_{DK} I_{DK} \\ I_{dK}^* &= f_{dK} I_{dK} \end{aligned} \tag{3.6}$$

Per semplicità di esposizione supponiamo che il generico ambiente che stiamo descrivendo sia composto da sei superfici

1. Frontale
2. Sinistra
3. Destra
4. Divisoria
5. Soffitto
6. Pavimento

Indichiamo con $\alpha_{J,K}$ il fattore di vista relativo alla radiazione solare diretta riflessa dalla K -esima parete ed incidente sulla J -esima parete e con $\beta_{J,K}$ il fattore di vista relativo alla radiazione solare diffusa riflessa dalla K -esima parete ed incidente sulla J -esima parete.

Supponiamo per semplicità di sintesi possano essere esterne e quindi dotate di finestra solo le prime tre pareti e che l'area totale illuminata direttamente dalla generica finestra K -esima sia:

Per la radiazione solare diretta elaboriamo un semplice modello di distribuzione legato alla ampiezza delle superfici interessate dal fenomeno. Supporremo che la radiazione solare emergente dalla superficie finestrata colpisca per intero il pavimento, che colpisca la metà delle superfici opache delle altre pareti, che ovviamente non colpisca la superficie opaca della parete che ospita la finestra in oggetto e che non colpisca il soffitto. Esprimendo queste semplici relazioni in forma matematica otteniamo che :

$$S_{123} = S_1^* + S_2^* + S_3^* \quad (3.7)$$

$$S_{TOT,K} = S_6 + 0.5(S_{123} - S_K^*) \quad (3.8)$$

$$\alpha_{6,K} = \frac{S_6}{S_{TOT,K}} \quad (3.9)$$

$$\alpha_{4,K} = 0 \quad (3.10)$$

$$\alpha_{5,K} = 0 \quad (3.11)$$

$$\alpha_{i,K} = \frac{0.5S_i^*}{S_{TOT,K}} \quad con \begin{cases} 1 \leq i \leq 3 \\ i \neq K \\ i \neq 4 \\ i \neq 5 \\ i \neq 6 \end{cases} \quad (3.12)$$

Per la radiazione solare diffusa supporremo che la radiazione solare emergente dalla superficie finestrata colpisca per intero il pavimento, che colpisca per intero il soffitto, che colpisca la metà delle superfici opache delle altre pareti e che ovviamente non colpisca la superficie opaca della parete che ospita la finestra in oggetto. Esprimendo queste semplici relazioni in forma matematica otteniamo che ::

$$S_{TOT,K} = S_6 + S_4 + 0.5(S_{123} - S_K^*) \quad (3.13)$$

$$S_{123} = S_1^* + S_2^* + S_3^* \quad (3.14)$$

$$\beta_{4,K} = 0 \quad (3.15)$$

$$\beta_{5,K} = 0 \quad (3.16)$$

$$\beta_{i,K} = \frac{S_i^*}{S_{TOT,K}} \quad \text{con} \begin{cases} 1 \leq i \leq 3 \\ i \neq K \\ i \neq 4 \\ i \neq 5 \end{cases} \quad (3.17)$$

Siamo dunque in grado di esplicitare i termini che concorrono a determinare la potenza termica incidente sulla superficie interna delle parete :

$$E_K = \alpha_{K,1} I_{D1}^* S_{V1} + \alpha_{K,2} I_{D2}^* S_{V2} + \alpha_{K,3} I_{D3}^* S_{V3} + \beta_{K,1} I_{d1}^* S_{V1} + \beta_{K,2} I_{d2}^* S_{V2} + \beta_{K,3} I_{d3}^* S_{V3} \quad (3.18)$$

Se nella equazione * operiamo la sostituzione:

$$\begin{aligned} \left(A_K + \frac{C_K}{h_{eK}} \right) &= M_K \\ \left(B_K + \frac{D_K}{h_{eK}} \right) &= N_K \end{aligned} \quad (3.19)$$

otteniamo:

$$T_{eK} S_K + N_K E_K = S_K \left[M_K T_K + N_K f_K T_K - N_K f_K T_a + N_K \sum_{\substack{J=1 \\ J \neq K}}^6 r_{K,J} (T_K - T_J) \right] \quad (3.20)$$

Bilancio termico della parete interna (termicamente simmetrica)

Nell'elenco sotto riportato sono esemplificati gli scambi termici di una generica parete interna considerata adiabatica e termicamente simmetrica.

Flussi di calore sulla superficie di mezzeria della parete:

- Generico flusso termico entrante, sempre nullo.

Grandezze fisiche caratterizzanti lo scambio termico fra l'ambiente esterno e la superficie esterna della parete:

- Temperatura della superficie di mezzeria

Flussi di calore sulla superficie interna della parete:

- Generico flusso termico emergente, variabile nel tempo.
- Flusso termico incidente proveniente dall'interno dell'ambiente, variabile nel tempo.

Grandezze fisiche caratterizzanti lo scambio termico fra l'ambiente esterno e la superficie esterna della parete:

- Temperatura dell'aria interna all'ambiente, variabile nel tempo
- Coefficienti di scambio termico radiativo
- Coefficiente di scambio termico convettivo interno
- Temperature delle superfici interne delle altre pareti, variabili nel tempo
- Fattori di trasparenza ed oscuramento per le radiazioni solari diretta e diffusa

- Fattori di vista tra la superficie vetrata e le altre pareti relativi alla radiazione solare diretta e diffusa

Nella superficie di mezzeria della parete lo scambio termico è stato semplificato considerando la parete adiabatica e confinante con due ambienti termicamente identici. La superficie interna della parete scambia convettivamente con l'aria interna e radiativamente con tutte le altre pareti. Riceve inoltre una certa quantità di energia proveniente dall'interno dell'ambiente a causa di apparecchiature, impianti od altro.

Equazione di bilancio termico della generica parete interna

Possiamo dunque condensare in una singola relazione la espressione della potenza termica emergente dalla superficie della generica parete interna K -esima che viene trasmessa all'ambiente interno per convezione ed irraggiamento:

$$q_{iK} = \left[f_K S_K (T_K - T_a) + S_K \sum_{\substack{J=1 \\ J \neq K}}^6 r_{K,J} (T_K - T_J) - E_K \right] \quad (3.21)$$

Gli scambi termici sopra descritti possono essere meglio compresi tramite la figura seguente:

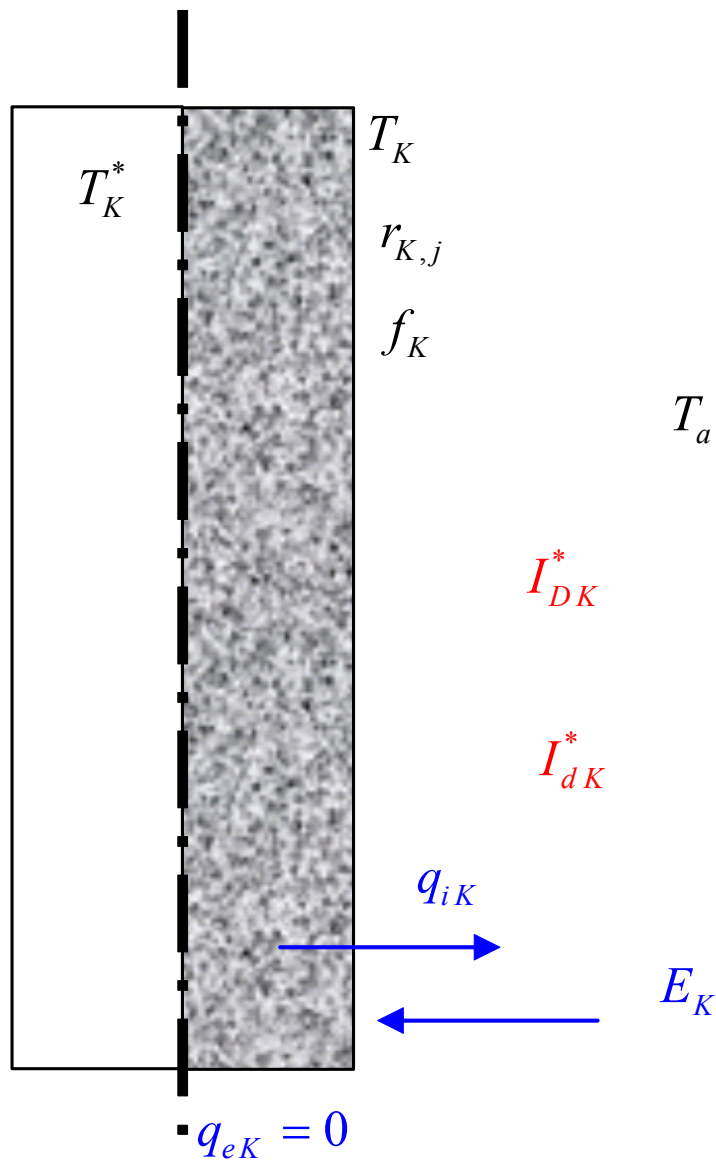


Figura 28: bilancio termico della parete interna

ove:

T_K^* temperatura della superficie interna della parete K -esima $[^{\circ}\text{C}]$

Equazione di bilancio termico in forma matriciale della generica parete interna

Anche in questo caso il fenomeno può essere descritto in forma matriciale utile per l'applicazione del TFM. Ipotezzando che si è in presenza di simmetria termica si può scrivere, siamo in grado di descrivere il flusso termico che attraversa la componente opaca della parete. Utilizzando le temperature superficiali interne, le temperatura di mezzeria ed i flussi termici sulla superficie di mezzeria ed emergenti dalla parete otteniamo:

$$\begin{bmatrix} T_K^* \\ q_{eK} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_K^* & B_K^* \\ C_K^* & D_K^* \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} T_K \\ q_{iK} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$\begin{cases} T_K^* = A_K^* T_K + B_K^* q_{iK} \\ q_{eK} = C_K^* T_K + D_K^* q_{iK} \end{cases} \quad (3.23)$$

$$q_{iK} = -\frac{C_K^* T_K}{D_K^*} \quad (3.24)$$

Analogamente a quanto fatto per la parete esterna, questa nuova espressione del flusso termico emergente può essere sostituito nella equazione * ottenendo:

$$-\left[\frac{C_K^* T_K}{D_K^*}\right] S_K = \left[f_K S_K (T_K - T_a) + S_K \sum_{\substack{J=1 \\ J \neq K}}^6 r_{K,J} (T_K - T_J) - E_K \right] \quad (3.25)$$

$$-C_K^* T_K S_K = D_K^* \left[f_K S_K (T_K - T_a) + S_K \sum_{\substack{J=1 \\ J \neq K}}^6 r_{K,J} (T_K - T_J) - E_K \right] \quad (3.26)$$

ottenendo infine:

$$S_K \left[C_K^* T_K + D_K^* f_K T_K - D_K^* f_K T_a + D_K^* \sum_{\substack{J=1 \\ J \neq K}}^6 r_{K,J} (T_K - T_J) \right] = D_K^* E_K \quad (3.27)$$

Bilancio termico al nodo aria

Nell'elenco sotto riportato sono esemplificati gli scambi termici relativi alla massa d'aria interna all'ambiente.

Flussi di calore:

- Flusso termico di scambio convettiva con le superfici di tutte le pareti, variabile nel tempo
- Flusso termico di scambio con le superfici finestrate, variabile nel tempo
- Flusso termico riconducibile ad infiltrazione di aria esterna
- Generico carico interno, variabile nel tempo.

Grandezze fisiche caratterizzanti lo scambio termico che interessa l'aria interna all'ambiente:

- Temperatura dell'aria esterna
- Coefficiente di scambio termico convettivo
- Coefficiente di scambio termico fra aria e superfici vetrate
- Volume interno
- Ventilazione
- Capacità termica dell'aria
- Superfici opache della parete
- Superfici trasparenti della parete

La massa di aria interna scambia convettivamente con tutte le superfici interne e con le eventuali superfici vetrate. Inoltre è considerata una miscelazione dell'aria interna con l'aria esterna quantificata dal numero di ricambi orari. Si possono inoltre considerare ulteriori carichi termici adducibili alla presenza di esseri umani, impianti di illuminazione, di raffrescamento o altro.

Equazione di bilancio termico dell'aria interna

Possiamo dunque condensare in una singola relazione la espressione degli scambi termici che interessano la massa d'aria interna:

$$\sum_{K=1}^{\text{tutte le pareti}} f_K S_K (T_K - T_a) + \sum_{K=1}^{\text{pareti con finestre}} U_{FK} S_{FK} (T_e - T_a) + C_p \rho n V (T_e - T_a) =$$

$$= W_{CI} - W_{imp} + C_a \frac{dT_a}{d\tau} \quad (3.28)$$

ove i nuovi simboli introdotti hanno il seguente significato:

n numero di ricambi orari dell'aria interna

V volume dell'aria interna $[m^3]$

$W_{CI} = W_P + W_L + W_S$ carico termico interno totale $[W]$

$W_P = n_p W_{p1}$ carico termico generato dalle persone presenti $[W]$

n_p numero di persone presenti nell'ambiente

W_{p1} carico termico associato ad una persona presente nell'ambiente $\left[\frac{W}{n_p} \right]$

$W_L = S_{pavimento} W_{L1}$ carico termico associato ad impianti di illuminazione $[W]$

W_{L1} carico termico specifico per unità di superficie associato ad impianti di illuminazione $\left[\frac{W}{m^2} \right]$

W_s carico termico associato a varie sorgenti (frigorifero, televisore, computer) $[W]$

W_{imp} carico termico associato all'impianto di raffrescamento $[W]$

Espressione Matriciale del sistema di equazioni che riassume il bilancio termico di una zona termica

Le equazioni che abbiamo ricavato riguardanti la generica parete esterna, la generica parete interna adiabatica e quella relativa al nodo aria che compongono il sistema di equazioni che regge il bilancio termico della singola zona termica possono essere ordinate in una matrice.

Per semplicità di espressione supporremo esterna le prime tre pareti della zona termica, che verranno così descritte dalle prime tre equazioni, corrispondenti alle prime tre righe della matrice. Le rimanenti righe faranno riferimento a pareti termicamente simmetriche, al soffitto ed al pavimento. L'ultima riga della matrice farà riferimento alla equazione di bilancio termico riferito al nodo aria.

Il primo passo da eseguire è ordinare i termini componenti le equazioni rispetto le temperature superficiali interne delle pareti e secondo la temperatura dell'aria interna o, in altri termini, rispetto le incognite del sistema di equazioni. Spostiamo inoltre al secondo membro tutti i termini noti. Operando in tal senso otterremo:

prima equazione

$$\begin{aligned}
& \left[A_1 + \frac{C_1}{he_1} + \left(f_1 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 1}}^6 r_{1,j} \right) \cdot \left(B_1 + \frac{D_1}{he_1} \right) \right] S_1 T_1 - r_{1,2} \left(B_1 + \frac{D_1}{he_1} \right) S_1 T_2 - r_{1,3} \left(B_1 + \frac{D_1}{he_1} \right) S_1 T_3 - r_{1,4} \left(B_1 + \frac{D_1}{he_1} \right) S_1 T_4 - r_{1,5} \left(B_1 + \frac{D_1}{he_1} \right) S_1 T_5 + \\
& - r_{1,6} \left(B_1 + \frac{D_1}{he_1} \right) S_1 T_6 - f_1 \left(B_1 + \frac{D_1}{h_1} \right) S_1 T_a = T_{e1} S_1 + N_1 E_1
\end{aligned} \tag{3.29}$$

seconda equazione

$$\begin{aligned}
& -r_{2,1} \left(B_2 + \frac{D_2}{he_2} \right) S_2 T_1 + \left[A_2 + \frac{C_2}{he_2} + \left(f_2 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 2}}^6 r_{2,j} \right) \cdot \left(B_2 + \frac{D_2}{he_2} \right) \right] S_2 T_2 - r_{2,3} \left(B_2 + \frac{D_2}{he_2} \right) S_2 T_3 - r_{2,4} \left(B_2 + \frac{D_2}{he_2} \right) S_2 T_4 - r_{2,5} \left(B_2 + \frac{D_2}{he_2} \right) S_2 T_5 + \\
& -r_{2,6} \left(B_2 + \frac{D_2}{he_2} \right) S_2 T_6 - f_2 \left(B_2 + \frac{D_2}{h_1} \right) S_2 T_a = T_{e2} S_2 + N_2 E_2
\end{aligned} \tag{3.30}$$

terza equazione

$$\begin{aligned}
& -r_{3,1} \left(B_3 + \frac{D_3}{he_3} \right) S_3 T_1 - r_{3,2} \left(B_3 + \frac{D_3}{he_3} \right) S_3 T_2 + \left[A_3 + \frac{C_3}{he_3} + \left(f_3 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 3}}^6 r_{3,j} \right) \cdot \left(B_3 + \frac{D_3}{he_3} \right) \right] S_3 T_3 - r_{3,4} \left(B_3 + \frac{D_3}{he_3} \right) S_3 T_4 - r_{3,5} \left(B_3 + \frac{D_3}{he_3} \right) S_3 T_5 + \\
& -r_{3,6} \left(B_3 + \frac{D_3}{he_3} \right) S_3 T_6 - f_3 \left(B_3 + \frac{D_3}{h_3} \right) S_3 T_a = T_{e3} S_3 + N_3 E_3
\end{aligned} \tag{3.31}$$

quarta equazione

$$\begin{aligned}
 & -r_{4,1} \left(B_4 + \frac{D_4}{he_4} \right) S_4 T_1 - r_{4,2} \left(B_4 + \frac{D_4}{he_4} \right) S_4 T_2 - r_{4,3} \left(B_4 + \frac{D_4}{he_4} \right) S_4 T_3 + \left[C_4 + D_4 \left(f_4 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 4}}^6 r_{4,j} \right) \right] S_4 T_4 - r_{4,5} \left(B_4 + \frac{D_4}{he_4} \right) S_4 T_5 + \\
 & -r_{4,6} \left(B_4 + \frac{D_4}{he_4} \right) S_4 T_6 - f_4 \left(B_4 + \frac{D_4}{h_4} \right) S_4 T_a = N_4 E_4
 \end{aligned} \tag{3.32}$$

quinta equazione

$$\begin{aligned}
 & -r_{5,1} \left(B_5 + \frac{D_5}{he_5} \right) S_5 T_1 - r_{5,2} \left(B_5 + \frac{D_5}{he_5} \right) S_5 T_2 - r_{5,3} \left(B_5 + \frac{D_5}{he_5} \right) S_5 T_3 - r_{5,4} \left(B_5 + \frac{D_5}{he_5} \right) S_5 T_4 + \left[C_5 + D_5 \left(f_5 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 5}}^6 r_{5,j} \right) \right] S_5 T_5 + \\
 & -r_{5,6} \left(B_5 + \frac{D_5}{he_5} \right) S_5 T_6 - f_5 \left(B_5 + \frac{D_5}{h_5} \right) S_5 T_a = N_5 E_5
 \end{aligned} \tag{3.33}$$

sesta equazione

$$\begin{aligned}
 & -r_{6,1} \left(B_6 + \frac{D_6}{he_6} \right) S_6 T_1 - r_{6,2} \left(B_6 + \frac{D_6}{he_6} \right) S_6 T_2 - r_{6,3} \left(B_6 + \frac{D_6}{he_6} \right) S_6 T_3 - r_{6,4} \left(B_6 + \frac{D_6}{he_6} \right) S_6 T_4 - r_{6,5} \left(B_6 + \frac{D_6}{he_6} \right) S_6 T_5 + \\
 & + \left[C_6 + D_6 \left(f_6 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 6}}^6 r_{6,j} \right) \right] S_6 T_6 - f_6 \left(B_6 + \frac{D_6}{h_6} \right) S_6 T_a = N_6 E_6
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

settima equazione

$$\begin{aligned}
 & f_1 S_1 T_1 + f_2 S_2 T_2 + f_3 S_3 T_3 + f_4 S_4 T_4 + f_5 S_5 T_5 + f_6 S_6 T_6 + \left[-s C_a - \sum_{j=1}^6 S_j F_j - \sum_{j=1}^3 S_{Fj} U_j - c_p \gamma n V \right] T_a = \\
 & = - \left[\sum_{j=1}^3 S_{Fj} U_j + c_p \gamma n V \right] T_{aria\ esterna} - W_{CI} + W_{imp}
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

Occorre dunque risolvere il sistema di equazioni che descrive il bilancio termico dell'ambiente. Tale risoluzione viene eseguita con un particolare algoritmo che utilizza contemporaneamente la Z-trasformata e il metodo di Cramer per la risoluzione dei sistemi di equazioni lineari.

Capitolo 4: sviluppo di un software basato sul TFM per la simulazione termico dinamica di una zona termica

Descrizione del software

Il software, sviluppato in ambiente Microsoft Visual Basic 5 SP3, è denominato TH.EL.D.A. 2000 (Thermal Elements Dynamic Analysis 2000) utilizza l'operatore Z-trasformata per affrontare le problematiche di trasmissione del calore in pareti multistrato. Il codice di calcolo consente di calcolare i coefficienti delle funzioni di trasferimento di una singola zona termica e conseguentemente l'andamento delle temperature delle superfici interne e delle aria in free-floating.

Figura 29: quadro inserimento dati di THELDA 2000

Grazie al software l'utente può creare un repertorio di zone termiche con le caratteristiche termofisiche e costruttive prescelte. Di seguito sono sinteticamente riportati i vantaggi connessi all'utilizzo del codice di calcolo. Con esso l'utente:

- può creare un proprio database di coefficienti delle funzioni di trasferimento ambienti tipo.
- può introdurre diversi profili di temperatura aria-sole, di irraggiamento diffuso e diretto, e diversi andamenti orari delle temperature dell'aria esterna con intervalli temporali comunque scelti, per svolgere un'analisi termica legata alle particolari caratteristiche climatiche del luogo.

- può introdurre diversi livelli di precisione nella individuazione dei coefficienti di trasferimento, adeguando i dati di input (numero di poli e radici, numero di coefficienti da utilizzare, intervallo di campionamento) in relazione alla zona termica esaminata.

Il formato di database prescelto per la memorizzazione e manipolazione dei dati di input/output è quello di Microsoft Access 8.0. ed SQL. I dati di output forniti dal software possono essere memorizzati e richiamati dall'utente per una successiva operazione di ordinamento, ricerca e stampa. I dati di input sono anch'essi memorizzati all'interno del database.

Le routine di calcolo applicano il metodo della Z-trasformata utilizzando due funzioni interpolatrici delle forzanti esterna: una a rampa lineare e un'altra a rampa triangolare. Gli andamenti temporali della temperature sono visualizzabili in forma grafica e tabulare.

Come per THELDA, le azioni dell'utente, ove possibile, sono guidate da un semplice sistema di controllo-consenso che impedisce di compiere operazioni non corrette.

Un primo messaggio richiede all'utente se intende memorizzare i dati di un ambiente da analizzare in modo da velocizzare eventuali altre simulazioni.

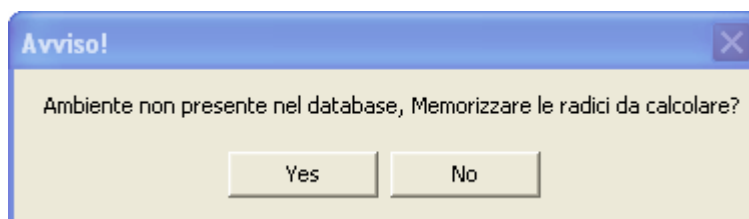


Figura 30: messaggio di avviso di THELDA 2000

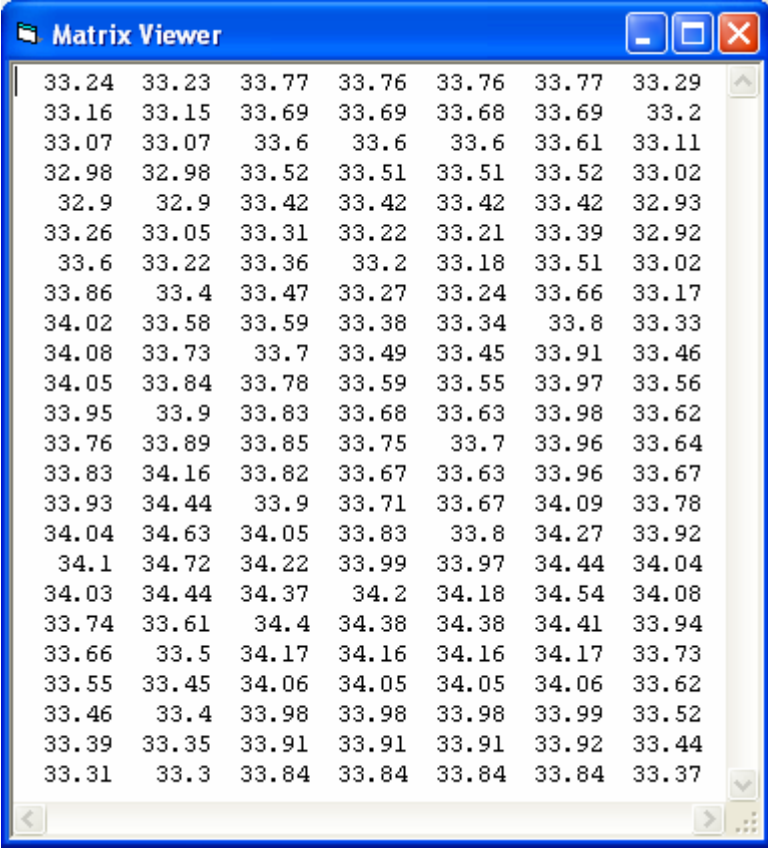
I dati iniziali richiesti sono:

- La scelta della zona termica da analizzare e la definizione delle pareti esterne, con finestra o senza finestra.
- Il numero di poli e radici desiderato; il valore di default assunto é 12.
- Il numero di coefficienti da utilizzare.
- Il punto iniziale ed l'incremento iniziale da utilizzare per l'algoritmo di ricerca degli zeri del determinante
- Il tempo di campionamento da utilizzare
- Il tipo di funzione interpolatrice da utilizzare (Mitalas per funzione a rampa o Jury per funzione a triangolo)
- Se utilizzare l'ordinamento dei residui.
- Il periodo di tempo per il quale la simulazione deve essere effettuata
- Le caratteristiche meteo-climatiche da utilizzare

Una volta impostati i valori anzidetti, l'utente può andare al passo successivo ed eseguire la simulazione.

Una volta iniziata la simulazione i dati non sono più modificabili ed i campi vengono disabilitati.

Alla fine della simulazione vengono visualizzate le temperature in forma grafica e tabulare:



The image shows a software window titled "Matrix Viewer" with a blue title bar and standard Windows window controls (minimize, maximize, close). The window contains a table of numerical data with 28 rows and 7 columns. The data values range from approximately 32.9 to 34.4. The window has a vertical scrollbar on the right and a horizontal scrollbar at the bottom.

33.24	33.23	33.77	33.76	33.76	33.77	33.29
33.16	33.15	33.69	33.69	33.68	33.69	33.2
33.07	33.07	33.6	33.6	33.6	33.61	33.11
32.98	32.98	33.52	33.51	33.51	33.52	33.02
32.9	32.9	33.42	33.42	33.42	33.42	32.93
33.26	33.05	33.31	33.22	33.21	33.39	32.92
33.6	33.22	33.36	33.2	33.18	33.51	33.02
33.86	33.4	33.47	33.27	33.24	33.66	33.17
34.02	33.58	33.59	33.38	33.34	33.8	33.33
34.08	33.73	33.7	33.49	33.45	33.91	33.46
34.05	33.84	33.78	33.59	33.55	33.97	33.56
33.95	33.9	33.83	33.68	33.63	33.98	33.62
33.76	33.89	33.85	33.75	33.7	33.96	33.64
33.83	34.16	33.82	33.67	33.63	33.96	33.67
33.93	34.44	33.9	33.71	33.67	34.09	33.78
34.04	34.63	34.05	33.83	33.8	34.27	33.92
34.1	34.72	34.22	33.99	33.97	34.44	34.04
34.03	34.44	34.37	34.2	34.18	34.54	34.08
33.74	33.61	34.4	34.38	34.38	34.41	33.94
33.66	33.5	34.17	34.16	34.16	34.17	33.73
33.55	33.45	34.06	34.05	34.05	34.06	33.62
33.46	33.4	33.98	33.98	33.98	33.99	33.52
33.39	33.35	33.91	33.91	33.91	33.92	33.44
33.31	33.3	33.84	33.84	33.84	33.84	33.37

Figura 31: presentazione dei dati di output in forma tabulare

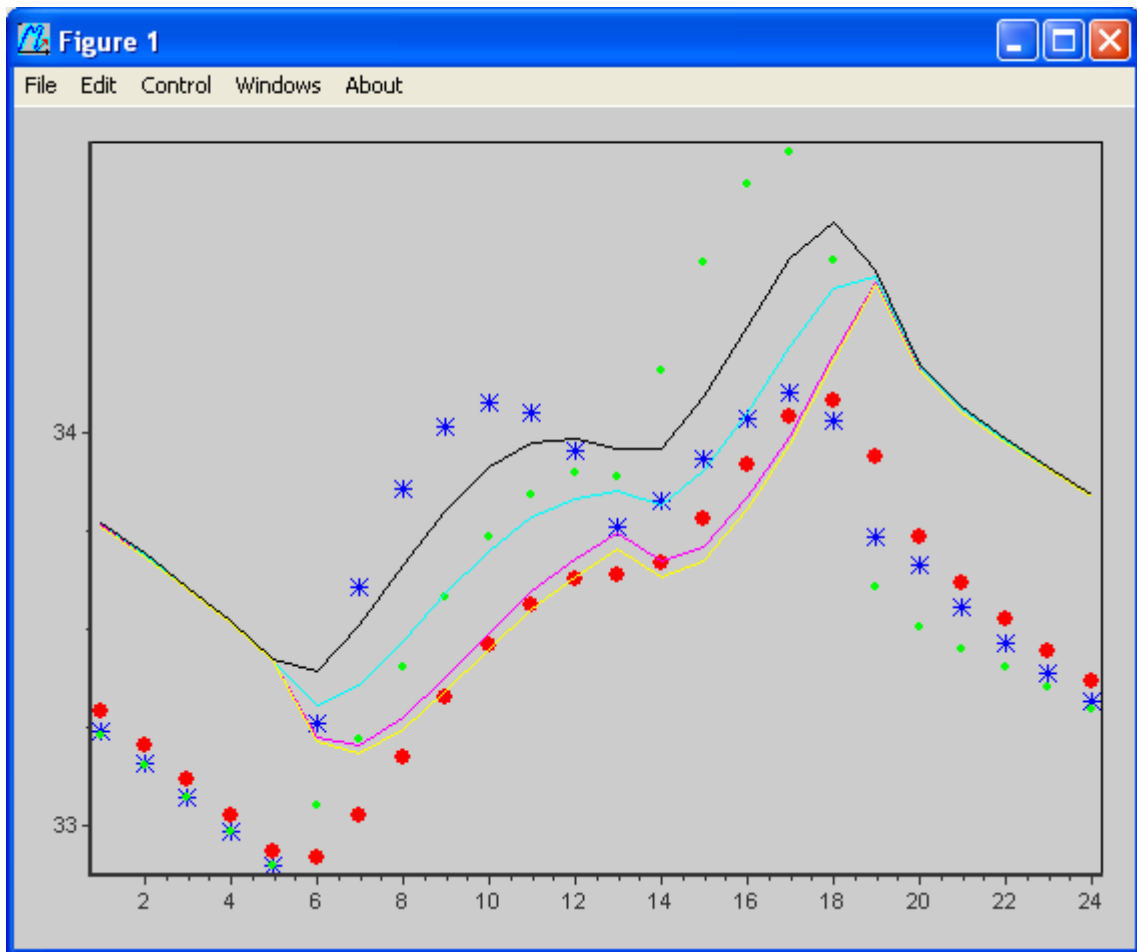


Figura 32: presentazione dei dati di output in forma grafica.

Tutti i dati numerici relativi al procedimento di calcolo sono immagazzinati in file di log in formato ASCII per eventuali successive verifiche ed analisi

Descrizione sintetica dell'algoritmo implementato in THELDA 2000

Viene di seguito descritto in forma sintetica l'algoritmo implementato in THELDA 2000 per la risoluzione del sistema di equazioni che descrive il bilancio termico dell'ambiente e per la generazione dei coefficienti delle funzioni di trasferimento.

Descrizione termo-fisica della zona termica

La simulazione del comportamento termico di un ambiente effettuata con il software THELDA 2000 ha inizio con la indicazione dei parametri preliminari di calcolo. L'utente determina la sensibilità del calcolo da effettuare indicando

- il numero di poli del sistema da determinare
- il numero di coefficienti della Z-trasformata
- il tempo di campionamento dei segnali di ingresso. $[h]$

Successivamente vengono indicati i parametri termofisici che caratterizzano l'ambiente. Vengono indicati il numero delle pareti costituenti l'ambiente e la loro composizione strato per strato. I dati termofisici caratterizzanti gli strati vengono estratti da un database di singoli componenti edilizi tipici della area mediterranea:

- spessore $[mm]$
- superficie $[m^2]$
- densità $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
- calore specifico $\left[\frac{kJ}{kgK}\right]$

- conducibilità termica $\left[\frac{W}{mK} \right]$

Attraverso l'utilizzo di check box vengono marcate le pareti esterne, sottoposte a sollecitazione termica esterna. Per le pareti che sono state identificate come pareti esterne, viene resa disponibile una lista di sollecitazioni aria sole, irraggiamenti diretti e diffusi che si riferiscono all'area di Palermo nel mese di luglio e che sono comunque aggiornabili.

Per quanto riguarda le superfici trasparenti, esse vengono descritte utilizzando:

- superficie del vetro $[m^2]$
- superficie del telaio $[m^2]$
- coefficiente di scambio termico del vetro $\left[\frac{kJ}{hm^2 K} \right]$
- coefficiente di trasparenza/oscuramento

Per la determinazione numerica dei valori della variabile di Laplace che rendono nullo il determinante del sistema di equazioni, l'utente può utilizzare due differenti metodi:

- per incrementi successivi
- per indice di sensibilità

Il primo metodo permette di determinare le radici del determinante del sistema assegnando valori di prova ad s e verificando che il valore del determinante sia vicino ad essere nullo. I parametri fondamentali di utilizzo sono:

- valore iniziale di s chiamato passo iniziale
- valore dell'incremento di default chiamato epsilon iniziale

Il secondo metodo permette di determinare le radici del determinante del sistema assegnando valori di prova ad s e verificando che l'indice di sensibilità della matrice presenti un punto di massimo relativo. L'utilizzo di questo metodo non è stato testato abbastanza da renderne affidabile l'utilizzo sebbene talvolta abbia permesso di determinare le radici del determinante con maggiore accuratezza.

Creazione delle matrici termofisiche

Una volta schematizzato e descritto l'ambiente da simulare vengono generate le matrici delle proprietà termofisiche nella seguente forma:

$$\underline{\underline{conducibilità}} = \begin{pmatrix} \lambda_{1,1} & \lambda_{1,2} & \dots & \lambda_{1,i-esimo\ strato} \\ \lambda_{2,1} & \lambda_{2,2} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_{j-esima\ parete,1} & \dots & \dots & \lambda_{j,i} \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

$$\underline{\underline{spessore}} = \begin{pmatrix} L_{1,1} & L_{1,2} & \dots & L_{1,i-esimo\ strato} \\ L_{2,1} & L_{2,2} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ L_{j-esima\ parete,1} & \dots & \dots & L_{j,i} \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

$$\underline{\underline{densità}} = \begin{pmatrix} \rho_{1,1} & \rho_{1,2} & \dots & \rho_{1,i-esimo\ strato} \\ \rho_{2,1} & \rho_{2,2} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{j-esima\ parete,1} & \dots & \dots & \rho_{j,i} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

e così via per tutte le proprietà termofisiche e geometriche riferibili ad uno strato di una parete. Vengono inoltre imposti i dati relativi allo scambio termico:

- coefficiente di convezione relativi ad ogni parete $h, \left[\frac{kcal}{hm^2 K} \right]$
- fattori di scambio radiativo per ogni parete e relativi alle altre $r_{i,j}$
 $\left[\frac{kcal}{hm^2 K} \right]$

Calcolo della matrice del sistema

Vengono quindi determinati gli elementi che compongono matrice del sistema.

In dettaglio vengono calcolate le matrici di conduzione $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ di ogni parete. La matrice di conduzione é originata dalla produttoria delle matrici di conduzione relative

$$\begin{aligned} a &= \cosh\left(L\sqrt{\frac{s}{\alpha}}\right) \\ b &= \frac{\sinh\left(L\sqrt{\frac{s}{\alpha}}\right)}{\lambda\sqrt{\frac{s}{\alpha}}} \\ c &= \lambda\sqrt{\frac{s}{\alpha}} \cdot \sinh\left(L\sqrt{\frac{s}{\alpha}}\right) \\ d &= a \end{aligned} \quad \text{ad ogni strato di ogni parete} \quad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad \text{dove:} \quad (4.4)$$

Da notare come nelle formule sopra descritte compaia la variabile di Laplace s . Nell'algoritmo di ricerca degli zeri del determinante del sistema, verrà operata la sostituzione $\sqrt{s} = j\delta \Leftrightarrow s = -\delta^2$. La parte reale della variabile s é minore di 0; la matrice diviene così una funzione reale della variabile reale δ . Le funzioni iperboliche divengono funzioni trigonometriche introducendo infiniti zeri. Come già detto l'algoritmo di ricerca degli zeri del determinante della matrice consiste in una procedura che assegna a δ valori di prova sempre positivi (o sempre negativi) fino a trovare quelli particolari che rendono nullo il determinante del sistema. Ricordiamo inoltre che gli zeri del determinante della matrice del sistema verranno utilizzati per ricavare le funzioni di trasferimento. Poiché il determinante del sistema verrà a trovarsi al denominatore delle funzioni di trasferimento, possiamo considerare le radici del determinante come i poli delle funzioni di trasferimento. Nel proseguo della tesi faremo riferimento a quest'ultima notazione. Vengono quindi determinati tanti poli quanti precedentemente richiesti dall'utente.

Risoluzione del sistema con il metodo di Cramer

Il sistema viene risolto con il metodo di Cramer. Il sistema di n equazioni é sinteticamente descritto da

$$(\Delta) \times (V) = (U) \quad (4.5)$$

dove la prima matrice é la matrice del sistema (sopra esemplificata), e nel caso assolutamente generale, la matrice dei coefficienti del sistema, la seconda é la colonna delle incognite (nel nostro caso le temperature superficiali delle pareti e dell'aria), la terza é la colonna dei termini noti. Le incognite possono essere quindi calcolate con il metodo di Cramer

$$i = \frac{|\Delta_i|}{|\Delta|} \quad (4.6)$$

dove Δ_i é la matrice dei coefficienti del sistema nella quale é stata sostituita la i -esima colonna con la colonna dei termini noti. Generalizzando la scrittura per tutte le $j = i$ equazioni del sistema

$$V_{i,j} = \frac{|\Delta_{i,j} U_j|}{|\Delta|}. \quad (4.7)$$

Nel nostro caso però le matrici sono funzioni complesse della variabile di Laplace s e la matrice Δ é proprio la matrice che descrive il bilancio termico dell'ambiente.

Per ritornare nel dominio del tempo si può utilizzare il teorema dei residui che consente di scrivere:

$$\varpi_{i,k} = C_0 t + C_1 + \sum_{r=1}^{\infty} d_n e^{-\beta_n} \quad (4.8)$$

Per ottenere dette funzioni siamo passati dalla variabile di Laplace alla Z-trasformata ed abbiamo utilizzato come funzione interpolatrice una rampa. Il passaggio

dalla variabile di Laplace alla Z-trasformata è giustificato dal fatto che i termini noti del nostro sistema non sono altro successioni di valori campionati ad intervalli di tempo costanti.

Dopo la determinazioni dei poli delle funzioni di trasferimento β_n , nel codice di calcolo viene sostituita la colonna dei termini noti a tutte le n colonne originando n matrici distinte. Per tutte queste n matrici vengono calcolati gli elementi della equazione :

$$\begin{aligned} C_0 &= \left[\frac{\Delta i}{\Delta} \right]_{s=0} \\ C_1 &= \left[\frac{\Delta i' \cdot \Delta - \Delta i \cdot \Delta'}{\Delta^2} \right]_{s=0} \\ d_n &= \left[\frac{\Delta i}{s^2 \Delta'} \right]_{s=-\beta_n} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Per ogni nodo contemplato nella matrice viene determinata la propria funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{O(z)}{I(z)} = \frac{Num(z)}{Den(z)} = \frac{\frac{C_0 T_{camp.}}{(1-z^{-1})^2} + \frac{C_1}{(1-z^{-1})} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d_n}{1 - e^{-\beta_n T_{camp.}} z^{-1}}}{z \frac{C_0 T_{camp.}}{(1-z^{-1})^2}} \quad (4.10)$$

Determinazione dei coefficienti delle funzioni di trasferimento

Sviluppando le espressioni di cui sopra, il denominatore della generica funzione di trasferimento é:

$$Den(z) = \prod_{n=1}^{\infty} (1 - e^{-\beta_n T_{camp.}} z^{-1}) \quad (4.11)$$

Naturalmente non si hanno a disposizione gli tutti gli infiniti poli del sistema ma soltanto quelli che l'utente ha voluto determinare ed inoltre non è possibile

estendere ad infinito la sommatoria. Se utilizziamo solamente i primi N coefficienti, il denominatore può essere descritto come:

$$Den(z) = \prod_{n=1}^N (1 - e^{-\beta_n T_{camp.}} z^{-1}) = Den_0 + Den_1 z^{-1} + Den_2 z^{-2} + \dots + Den_N z^{-N} \quad (4.12)$$

Il numero N di coefficienti D che può essere calcolato è minore o al massimo uguale al numero n di poli a disposizione. Si è deciso di calcolare sempre un numero di coefficienti pari al numero di poli a disposizione.

$$D_0 = 1 \quad (4.13)$$

$$Den_1 = -(e^{-\beta_1 T_{camp.}} + e^{-\beta_2 T_{camp.}} + e^{-\beta_3 T_{camp.}} + \dots + e^{-\beta_N T_{camp.}}) \quad (4.14)$$

$$Den_2 = e^{-\beta_1 T_{camp.}} \cdot e^{-\beta_2 T_{camp.}} + e^{-\beta_1 T_{camp.}} \cdot e^{-\beta_3 T_{camp.}} + \dots + e^{-\beta_2 T_{camp.}} \cdot e^{-\beta_3 T_{camp.}} + e^{-\beta_2 T_{camp.}} \cdot e^{-\beta_4 T_{camp.}} + \dots + e^{-\beta_{N-1} T_{camp.}} \cdot e^{-\beta_N T_{camp.}} \quad (4.15)$$

$$Den_N = (-1)^N (e^{-\beta_1 T_{camp.}} \cdot e^{-\beta_2 T_{camp.}} \cdot e^{-\beta_3 T_{camp.}} \cdot e^{-\beta_4 T_{camp.}} \cdot \dots \cdot e^{-\beta_N T_{camp.}}) \quad (4.16)$$

Come si può notare dalle formula sopra riportate, il calcolo dei coefficienti del denominatore delle funzioni di trasferimento risulta alquanto complesso ed oneroso in termini di risorse di sistema utilizzate. Il generico coefficiente non può essere calcolato direttamente utilizzando le formule riportate senza conoscere precedentemente il numero di poli del sistema da utilizzare (non indicizzabile). Per risolvere questo problema e rendere più veloce la determinazione dei coefficienti si è provveduto alla rielaborazione delle formule sopra riportate in una singola espressione implementabile in un codice di calcolo. La nuova forma, completamente innovativa, ha permesso di disegnare un algoritmo iterativo estremamente veloce e versatile senza il quale non sarebbe stato possibile sviluppare l'intero software THELDA 2000.

Se indichiamo con $Den_{i,MAX}$ il generico i -esimo coefficiente del denominatore e con MAX il numero massimo di coefficienti che si intendono calcolare coincidente con il numero di poli a disposizione si è verificato che:

$$\left\{ \begin{array}{l} D_{1,MAX} = \sum_{i=1}^{N=MAX} e^{T_{camp} \cdot \beta_i} \\ D_{i,MAX} = \sum_{n=i-1}^{N=MAX} e^{T_{camp} \cdot \beta_n} \cdot D_{i-1,MAX-1} \\ D_{MAX,MAX} = \prod_{i=1}^{N=MAX} e^{T_{camp} \cdot \beta_i} \end{array} \right. \quad (4.17)$$

Anche il numeratore della generica funzione di trasferimento può essere espresso come somma di N termini secondo la definizione di Z-trasformata:

$$Num_1(z) = (Num_0 + Num_1 z^{-1} + Num_2 z^{-2} + \dots + Num_{N+1} z^{-N-1}) \quad (4.18)$$

Sapendo che in generale $Num(z) = \frac{Den(z)}{I(z)} O(z)$, sviluppando la Z-trasformata

del segnale di output ed utilizzando la trasformata inversa di Laplace otteniamo che

$$O(z) = o_0 + o_1 z^{-1} + o_2 z^{-2} + \dots + o_N z^{-N} \quad (4.19)$$

dove per ingresso interpolato a rampa lineare:

$$\begin{aligned} o_0 &= o(t)_{t=0} = C_1 + \sum_{n=1}^{\infty} d_n \\ o_1 &= o(t)_{t=\Delta} = C_1 + C_0 \Delta + \sum_{n=1}^{\infty} d_n e^{-\beta_n \Delta} \\ o_2 &= o(t)_{t=2\Delta} = C_1 + 2C_0 \Delta + \sum_{n=1}^{\infty} d_n e^{-2\beta_n \Delta} \\ &\dots \\ o_n &= o(t)_{t=n\Delta} = C_1 + nC_0 \Delta + \sum_{n=1}^{\infty} d_n e^{-n\beta_n \Delta} \\ &\dots \end{aligned} \quad (4.20)$$

quindi:

$$\begin{aligned}
Num_1(z) &= \frac{Den(z)}{I(z)} O(z) = \\
&= (1 - z^{-1}) (Den_0 + Den_1 z^{-1} + Den_2 z^{-2} + \dots + Den_N z^{-N}) (o_0 + o_1 z^{-1} + o_2 z^{-2} + \dots + o_N z^{-N}) = \\
&= (Num_0 + Num_1 z^{-1} + Num_2 z^{-2} + \dots + Num_{N+1} z^{-N-1})
\end{aligned} \tag{4.21}$$

Posso quindi calcolare i coefficienti del numeratore come:

$$\begin{aligned}
Num_0 &= m_0 o_0 + \bar{m} o_1 \\
Num_1 &= m_1 o_0 + m_0 o_1 + \bar{m} o_2 \\
Num_2 &= m_2 o_0 + m_1 o_1 + m_0 o_2 + \bar{m} o_3 \\
&\dots \\
Num_n &= m_n o_0 + m_{n-1} o_1 + \dots + m_1 o_{n-1} + m_0 o_n + \bar{m} o_{n+1} \\
&\dots \\
Num_{N+1} &= m_{N+1} o_0 + m_N o_1 + \dots + m_1 o_{N-1} + m_0 o_N + \bar{m} o_{N+1}
\end{aligned} \tag{4.22}$$

dove:

$$\begin{aligned}
\bar{m} &= \frac{1}{\Delta} \\
m_1 &= \frac{1}{\Delta} (Den_1 - 2Den_0) \\
m_2 &= \frac{1}{\Delta} (Den_2 - 2Den_1 + Den_0) \\
&\dots \\
m_n &= \frac{1}{\Delta} (Den_{n+1} - 2Den_n + Den_{n-1}) \\
&\dots \\
m_N &= \frac{1}{\Delta} (-2Den_N + Den_{N-1}) \\
m_{N+1} &= \frac{1}{\Delta} Den_N
\end{aligned} \tag{4.23}$$

Una volta calcolati i coefficienti del denominatore e del numeratore, analogamente a quanto fatto per THELDA, possiamo derivare le formule ricorsive per ottenere la risposta del sistema.

Prendendo in esame un generico input ad esempio la temperatura aria-sole sulla prima parete ed un generico output ad esempio la temperatura della superficie interna della prima parete, possiamo scrivere che:

$$Ti = \frac{\Delta i}{\Delta} \cdot T_{a-s} = \frac{\text{numeratore}}{\text{denominatore}} \cdot T_{a-s} \quad (4.24)$$

dove Δi è la matrice del sistema di equazioni dove la prima colonna (riferita alla temperatura della superficie interna della prima parete Ti) è stata sostituita con la colonna dei termini noti (la temperatura aria-sole sulla prima parete T_{a-s}).

Otteniamo quindi:

$$\frac{\Delta i}{\Delta} = \frac{Num_0 + Num_1 z^{-1} + Num_2 z^{-2} + Num_3 z^{-3} + \dots + Num_j z^{-j}}{1 + Den_1 z^{-1} + Den_2 z^{-2} + Den_3 z^{-3} + \dots + Den_j z^{-j}} \quad (4.25)$$

Espandiamo nella variabile Z gli elementi della equazione ed otteniamo:

$$Ti_o + Ti_1 z^{-1} + Ti_2 z^{-2} + Ti_3 z^{-3} + \dots + Ti_n z^{-n} = \frac{Num_0 + Num_1 z^{-1} + Num_2 z^{-2} + Num_3 z^{-3} + \dots + Num_j z^{-j}}{1 + Den_1 z^{-1} + Den_2 z^{-2} + Den_3 z^{-3} + \dots + Den_j z^{-j}} \cdot (T_{a-s_0} + T_{a-s_1} z^{-1} + T_{a-s_2} z^{-2} + T_{a-s_3} z^{-3} + \dots + T_{a-s_n} z^{-n}) \quad (4.26)$$

se eliminiamo il denominatore:

$$\begin{aligned} & (Ti_o + Ti_1 z^{-1} + Ti_2 z^{-2} + Ti_3 z^{-3} + \dots + Ti_n z^{-n}) \cdot (1 + Den_1 z^{-1} + Den_2 z^{-2} + Den_3 z^{-3} + \dots + Den_n z^{-n}) = \\ & = (Num_0 + Num_1 z^{-1} + Num_2 z^{-2} + Num_3 z^{-3} + \dots + Num_n z^{-n}) \cdot (T_{a-s_0} + T_{a-s_1} z^{-1} + T_{a-s_2} z^{-2} + T_{a-s_3} z^{-3} + \dots + T_{a-s_n} z^{-n}) \end{aligned} \quad (4.27)$$

eseguimo i prodotti

$$\begin{aligned}
& \left(Ti_o + Ti_o Den_1 z^{-1} + Ti_o Den_2 z^{-2} + Ti_o Den_3 z^{-3} + \dots + Ti_o Den_n z^{-n} + \right. \\
& \quad + Ti_1 z^{-1} + Ti_1 Den_1 z^{-2} + Ti_1 Den_2 z^{-3} + \dots + Ti_1 Den_n z^{-(n+1)} + \\
& \quad + Ti_2 z^{-2} + Ti_2 Den_1 z^{-3} + Ti_2 Den_2 z^{-4} + \dots + Ti_2 Den_n z^{-(n+2)} + \\
& \quad \left. + \dots \right) = \\
& = \left(T_{a-s_0} Num_0 + T_{a-s_0} Num_1 z^{-1} + T_{a-s_0} Num_2 z^{-2} + T_{a-s_0} Num_3 z^{-3} + \dots + T_{a-s_0} Num_n z^{-n} + \right. \\
& \quad T_{a-s_1} Num_0 z^{-1} + T_{a-s_1} Num_1 z^{-2} + T_{a-s_1} Num_2 z^{-3} + T_{a-s_1} Num_3 z^{-4} + \dots + T_{a-s_1} Num_n z^{-(n+1)} + \\
& \quad T_{a-s_2} Num_0 z^{-2} + T_{a-s_2} Num_1 z^{-3} + T_{a-s_2} Num_2 z^{-4} + T_{a-s_2} Num_3 z^{-5} + \dots + T_{a-s_2} Num_n z^{-(n+2)} + \\
& \quad \left. + \dots \right) \tag{4.28}
\end{aligned}$$

manipolando l'equazione e mettendo in evidenza i singoli termini esponenziali:

$$\begin{aligned}
& \left(Ti_o + (Ti_o Den_1 + Ti_1) z^{-1} + \right. \\
& \quad + (Ti_o Den_2 + Ti_1 Den_1 + Ti_2) z^{-2} + \\
& \quad + (Ti_o Den_3 + Ti_1 Den_2 + Ti_2 Den_1 + Ti_3) z^{-3} + \\
& \quad \left. + \dots \right) = \left(T_{a-s_0} Num_0 + (T_{a-s_0} Num_1 + T_{a-s_1} Num_0) z^{-1} + \right. \\
& \quad + (T_{a-s_0} Num_2 + T_{a-s_1} Num_1 + T_{a-s_2} Num_0) z^{-2} + \\
& \quad + (T_{a-s_0} Num_3 + T_{a-s_1} Num_2 + T_{a-s_2} Num_1 + T_{a-s_3} Num_0) z^{-3} + \\
& \quad \left. + \dots \right) \tag{4.29}
\end{aligned}$$

ponendo:

$$A_n = \sum_{j=0}^n Num_j T_{a-s_{(n-j)}} \quad B_n = \sum_{j=1}^n Den_j Ti_{(n-j)} \tag{4.30}$$

e sostituendo nella equazione otteniamo:

$$Ti_o + B_o + (Ti_1 + B_1)z^{-1} + (Ti_2 + B_2)z^{-2} + (Ti_3 + B_3)z^{-3} + \dots + (Ti_n + B_n)z^{-n} = A_o + A_1z^{-1} + A_2z^{-2} + A_3z^{-3} + \dots + A_nz^{-n} \quad (4.31)$$

manipolando:

$$Ti_o + Ti_1z^{-1} + Ti_2z^{-2} + Ti_3z^{-3} + \dots + Ti_nz^{-n} = A_o - B_o + (A_1 - B_1)z^{-1} + (A_2 - B_2)z^{-2} + (A_3 - B_3)z^{-3} + \dots + (A_n - B_n)z^{-n} \quad (4.32)$$

otteniamo infine:

$$Ti_n = A_n - B_n = \sum_{j=0}^n Num_j T_{a-s_{(n-j)}} - \sum_{j=1}^n Den_j Ti_{(n-j)} \quad (4.33)$$

I coefficienti delle formula ricorsive A e B devono essere determinati per ogni tipo di input differente quali ad esempio temperature aria sole ed irraggiamento diretto e diffuso proveniente da una finestra. Tutti gli output riferiti allo stesso nodo vengono poi sommati per ricostruire la risposta globale.

Naturalmente, tale passaggio deve essere eseguito per tutti nodi del sistema. Nel caso semplice di una singola zona termica composta da sei pareti con tre pareti esterne dotate di finestra, sono dunque presenti sette nodi ed ogni nodo è sollecitato da 21 input. In questo caso vengono determinate 147 coppie di coefficienti di funzioni di trasferimento!

Validazione del risultato tramite confronto con la soluzione periodica stabilizzata: il software Armon 2000

Allo scopo di stimare la precisione ottenibile con l'algoritmo impiegato le temperature calcolate sono state paragonate con quelle ottenute tramite l'analisi di Fourier in regime periodico stabilizzato. La maggiore complessità del problema di simulare una zona termica ha condotto alla scrittura di un codice di calcolo autonomo denominato ARMON 2000. ARMON 2000 condivide con THELDA 2000 tutta la procedura di input e preparazione dei dati di ingresso.

The screenshot shows the 'Maschera di avvio di ARMON 2000. Valida per sole 6 pareti!!!' window. It features a 'Dati iniziali' section with two radio buttons: 'Definisco un nuovo ambiente' (unselected) and 'Utilizzo un ambiente predefinito' (selected). A dropdown menu shows 'Marsala 1'. Below this, there are nine rows for 'Parete 1' through 'Parete 9'. Each row has a checkbox for 'Esterna' or 'Interna', a 'Profilo' dropdown, a 'Finestra' checkbox, and a numerical input field. For Parete 1, 'Esterna' is checked, 'Profilo' is 'PalermoNordOvest', 'Finestra' is checked, and 'Numero armoniche' is 120. For Parete 2, 'Esterna' is checked, 'Profilo' is 'Ariasoletto_costante_senza_irr', 'Finestra' is unchecked, and 'Numero ore' is 24. For Parete 3, 'Interna' is unchecked, 'Profilo' is 'Ariasoletto_costante_senza_irr', 'Finestra' is unchecked, and 'N ricambi d'aria' is 0. Parete 4 through Parete 9 all have 'Interna' unchecked, 'Profilo' set to 'Profilo1', and 'Finestra' unchecked. At the bottom right, there are two more dropdowns: 'TariaEsternaPalermo' and 'PalermoDiffusa'. At the bottom center, there are two buttons: 'Stampa form' and 'Esegui il calcolo'. At the very bottom, there is a 'Chiudi ARMON 2000' button.

Parete	Esterna/Interna	Profilo	Finestra	Numero armoniche	Numero ore	N ricambi d'aria
Parete 1	Esterna	PalermoNordOvest	Finestra	120		
Parete 2	Esterna	Ariasoletto_costante_senza_irr			24	
Parete 3	Interna	Ariasoletto_costante_senza_irr				0
Parete 4	Interna	Profilo1				
Parete 5	Interna	Profilo1				
Parete 6	Interna	Profilo1				
Parete 7	Interna	Profilo1				
Parete 8	Interna	Profilo1				
Parete 9	Interna	Profilo1				

Figura 33: inserimento dati in ARMON 2000

Anche ARMON 2000 visualizza il risultato ottenuto in forma grafica e tabulare e memorizza tutti i dati in files di log.

Capitolo 5: problemi numerici e possibili soluzioni:

Inadeguatezza della maggior parte dei software commerciali

Come abbiamo già rilevato, l'analisi delle performance termiche di un edificio durante la progettazione permette al progettista la scelta dei materiali più idonei alle caratteristiche meteo-climatiche locali. Gli strumenti disponibili per la simulazione dinamica del comportamento degli edifici sono molteplici ed, il più importante fra essi, il TRNSYS, è fondato sull'utilizzo delle funzioni di trasferimento. Lo sviluppo di tali metodi si è svolto contemplando le tipologie edilizie USA, che sono caratterizzate da bassi valori di inerzia termica. È risaputo come molti software commerciali per la simulazione termica dinamica non assicurano la esatta determinazione dei coefficienti delle funzioni di trasferimento per edifici con strutture massicce.

L'algoritmo utilizzato per progettare THELDA e THELDA 2000 permette la selezione del numero di coefficienti delle funzioni di trasferimento, il numero dei poli, ed il tempo di campionamento. Utilizzando THELDA 2000 è stata simulata una zona termica estratta da un edificio storico sito nella cittadina di Marsala (TP). Le caratteristiche termofisiche delle superfici murarie ed i dati climatici utilizzati sono stati estratti dagli standard italiani.

I risultati della analisi condotta su strutture edilizie tipiche dell'area mediterranea, caratterizzati da alti valori di inerzia termica, dimostrano come la scelta ottimale dei parametri iniziali di calcolo risulti cruciale. Sfortunatamente molti dei software commerciali utilizzati a livello internazionale, non permettono la scelta e la calibrazione di questi parametri. Inoltre, è stato che strutture edilizie caratterizzati da alti valori di inerzia termica necessitano di particolare attenzione nella scelta del numero dei poli e del tempo di campionamento da utilizzare nel metodo della Z-trasformata.

L'ottimizzazione è intesa in termini di migliore calibrazione dei dati ed in termini di performance. Come mostrato in letteratura, il modello ottimo non sempre coincide con il modello più grande. La scelta del periodo di campionamento ottimo ha migliorato decisamente il modello per il caso considerato, che risulta non trattabile utilizzando molti software commerciali

Sistemi dinamici: alcune definizioni

Introduciamo o riprendiamo brevemente alcuni concetti basilari per i sistemi dinamici che saranno utili in seguito.

Funzione di trasferimento:

Sia $u(t)$ il segnale di input e $y(t)$ sia il segnale di. Sia $U(z) = Z[u(t)]$ e $Y(z) = Z[y(t)]$ siano i corrispondenti segnali z -trasformati. La funzione di trasferimento per sistemi lineari è data da: $G(z) = \frac{Z[y(t)]}{Z[u(t)]} = \frac{n(z)}{d(z)}$, dove $n(z)$ è un polinomio chiamato *numeratore* e $d(z)$ è un polinomio chiamato *denominatore*.

Poli e zeri:

Le radici del numeratore (z_i tali che $n(z_i) = 0$) sono chiamati *zeri* e le radici del denominatore (p_i tali che $d(p_i) = 0$) sono chiamati *poli*. Chiaramente il numero di poli n_p denota l'ordine del polinomio $d(z) = (z - p_1)(z - p_2) \dots (z - p_{n_p})$

Tempo di campionamento:

Il tempo di campionamento T è legato al database dei dati di input. Se la temperatura è rilevata ogni ora allora il tempo di campionamento è $T = 1$ e così via.. Per differenti tempi di campionamento si ottengono differenti funzioni di trasferimento nel dominio di z .

Un segnale campionato ogni periodo T è detto segnale tempo-discreto o discreto.

Un caso studio in un edificio molto massiccio localizzato nel sud italia

È stato utilizzato TH.EL.D.A. 2000 per condurre una simulazione termica su un ambiente appartenente ad un edificio storico della cittadina di Marsala (TP), nel sud Italia. Le caratteristiche di questo edificio non permettono di eseguire una simulazione termica utilizzando altri software quindi si è deciso di condurre una dettagliata analisi sulle funzioni di trasferimento di questo edificio..

L'ambiente utilizzato per l'analisi è composto da sei pareti di cui una confinante con l'ambiente esterno. Ogni parete è composta da uno strato di tufo centrale ed intonaco esterno-interno. Lo spessore delle pareti è di 900 mm. Tali caratteristiche sono tipiche del patrimonio edilizio mediterraneo e non costituiscono un caso raro.

Riferendosi ad un segnale a gradino, questo rappresenta una situazione fittizia nella quale l'ambiente considerato è sollecitato da un singolo segnale di input. Questo segnale di input è costante e di durata infinita. Dal punto di vista fisico esso può essere interpretato come una temperatura dell'aria esterna all'ambiente costantemente pari a 50 gradi. Sotto queste condizioni, dopo un periodo transitorio, l'ambiente dovrà raggiungere l'equilibrio termico. Tutti i grafici sono riferiti alle funzioni di trasferimento relative alla temperatura superficiale della parete esterna..

Analisi del Modello: introduzione

Al fine di selezionare il *miglior modello* rappresentante il sistema reale, sono state eseguite diverse simulazioni ottenendo le funzioni di trasferimento

Gli *strumenti* che si utilizzano per l'analisi delle funzioni di trasferimento sono basati su alcuni concetti basilari del controllo dei sistemi. Per una dettagliata e formale descrizione il lettore può utilizzare qualsiasi testo di controlli quali ad esempio.

Zeri a fase non minima:

Nel dominio di z , uno zero z_i è detto essere a *fase non minima* se è al di fuori del cerchio unitario: $|z_i| > 1$

Poli stabili:

Nel dominio di z , un polo p_i è detto essere *polo stabile* se giace all'interno del cerchio unitario: $|p_i| < 1$

Risposta al gradino:

Per un dato segnale di input $u(t)$, il corrispondente segnale di output sia $y(t) = Z^{-1} [G(z)U(z)]$, dove $Z^{-1}[\cdot]$ rappresenta la z -trasformata inversa. Il segnale a gradino è quello canonico utilizzato nella letteratura di controlli per raggiungere, se possibile, lo stato stazionario di un sistema stabile (il segnale di output dopo un transitorio e dopo lungo tempo).

Risposta in frequenza:

La risposta di un sistema lineare ad un segnale di input sinusoidale è detta *risposta in frequenza* del sistema. Per sistemi continui nel tempo, un sistema lineare stabile, del quale funzione di trasferimento nel dominio di Laplace sia $G(s)$, eccitato da una sinusoide, risponderà con un segnale di output sinusoidale della stessa

frequenza dell'input. L'ampiezza, $A(\omega)$ dell'output rispetto all'input è $|G(j\omega)|$ e la fase $P(\omega)$ è $\angle G(j\omega)$, dove la variabile di Laplace s può assumere tutti i valori appartenenti all'asse immaginario $j\omega$.

È possibile definire la risposta in frequenza anche per sistemi discreti nel tempo. Se un sistema ha come funzione di trasferimento $G(z)$, definiamo ampiezza e fase utilizzando i valori di z rispetto il cerchi unitario

$$G(e^{j\omega T}) = A(\omega T) e^{jP(\omega T)}.$$

Se una sinusoide di ampiezza unitaria sollecita il sistema, dopo il transitorio la risposta sarà una sinusoide della stessa frequenza ω_0 con ampiezza $A(\omega_0 T)$ e fase $P(\omega_0 T)$.

Diagrammi di Bode:

Disegnando per ogni frequenza di sollecitazione la ampiezza e la fase dell'output in scala semi-logaritmica otteniamo i diagrammi di Bode.

Analisi del modello: descrizione delle simulazioni

L'approccio è basato sul metodo comunemente nello studio dei sistemi dinamici e riassunto nel precedente paragrafo. È stata calcolata la $G(z)$ utilizzando un numero crescente di poli e corrispondenti residui. In questo procedimento non è stata compiuta alcuna selezione ottimale dei poli e dei residui.

Siano $G_5(z)$, $G_{10}(z)$ e $G_{15}(z)$ le corrispondenti funzioni di trasferimento di ordine $n_p = 5$, $n_p = 10$, e rispettivamente, $n_p = 15$.

Nelle figure 34, 35 e 36 sono mostrati per differenti tempi di campionamento ($T = 1, 2$, e 3 ore), i segnali di output $y(t)$ di G_5 , G_{10} e G_{15} risposte del sistema al gradino di temperatura $u(t) = 50\text{step}(t)$, un segnale a gradino con ampiezza 50 gradi.

Nelle figure 37, 38 e 39 sono riportati i diagrammi di Bode a tempo discreto di $G_5(z)$, $G_{10}(z)$ e $G_{15}(z)$ per tempo di campionamento $T = 1, 2$ e 3 ore.

Nelle figure 40, 41 e 42 sono disegnati i poli delle funzioni di trasferimento a tempo discreto $G_5(z)$, $G_{10}(z)$ e $G_{15}(z)$ nel piano complesso.

Nelle figure 43, 44 e 45 sono riportati gli zeri delle funzioni di trasferimento a tempo discreto $G_5(z)$, $G_{10}(z)$ e $G_{15}(z)$ nel piano complesso.

Analisi del modello: commenti

È evidente che il modello ottenuto per $T = 1$ ora, del quale la risposta è mostrata in figura 34 non è corretto. In particolare, aumentando il numero dei poli il comportamento peggiora!

Aumentando il tempo di campionamento a $T = 2$ ore, vediamo in figura 35 che per $n_p = 5, 10$ il comportamento a regime è migliore, anche se per $n_p = 15$ il regime non è ancora corretto.

Finalmente per $T = 3$ ore, come mostrato in figura 36, tutti i problemi stati risolti ed il comportamento della funzione di trasferimento è quello previsto. dopo il periodo transitorio la funzione di output raggiunge correttamente il valore stazionario attestandosi a 50 gradi.

Osservando la risposta al transitorio nelle figure 35 e 36, risulta evidente come la funzione di trasferimento sia caratterizzi un sistema a fase non-minima. Infatti, la funzione di trasferimento con zeri instabili (a fase non minima) presenta una risposta al gradino che nella prima fase iniziale presenta un andamento di segno opposto al valore della sollecitazione: per input positivo l'output è inizialmente decrescente.

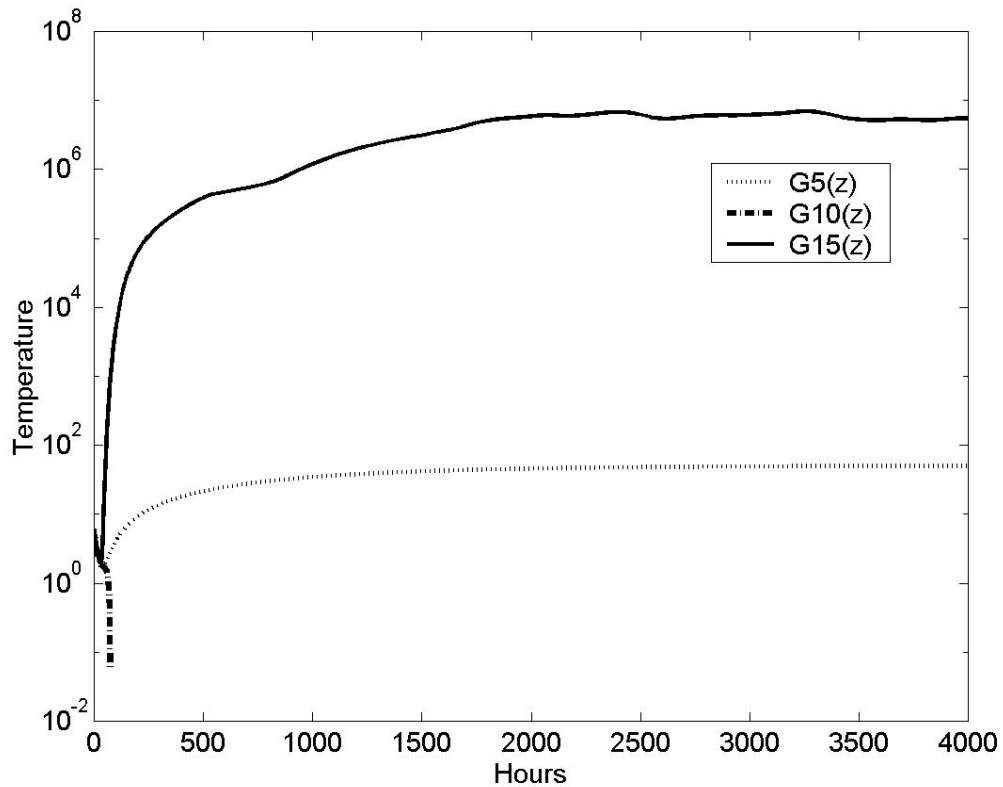


Figura 34: risposta al gradino per le funzioni di trasferimento $G_5(z)$, $G_{10}(z)$ e $G_{15}(z)$ con tempo di campionamento $T = 1$ ora.

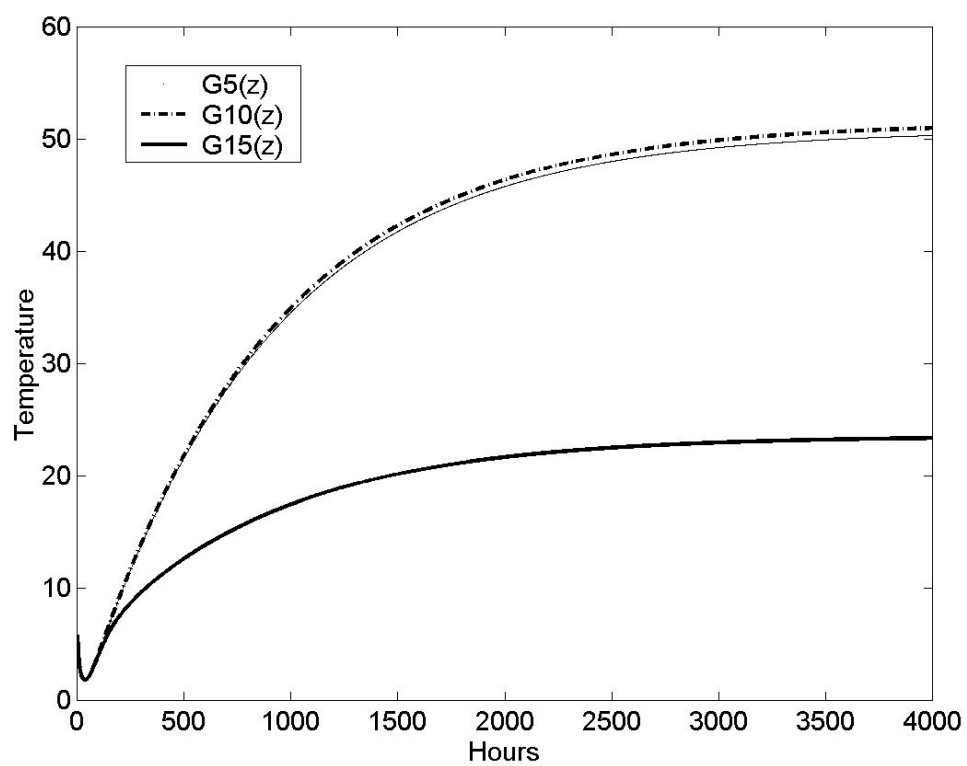


Figura 35: risposta al gradino per le funzioni di trasferimento $G_5(z)$, $G_{10}(z)$ e $G_{15}(z)$ con periodo di campionamento $T = 2$ ore.

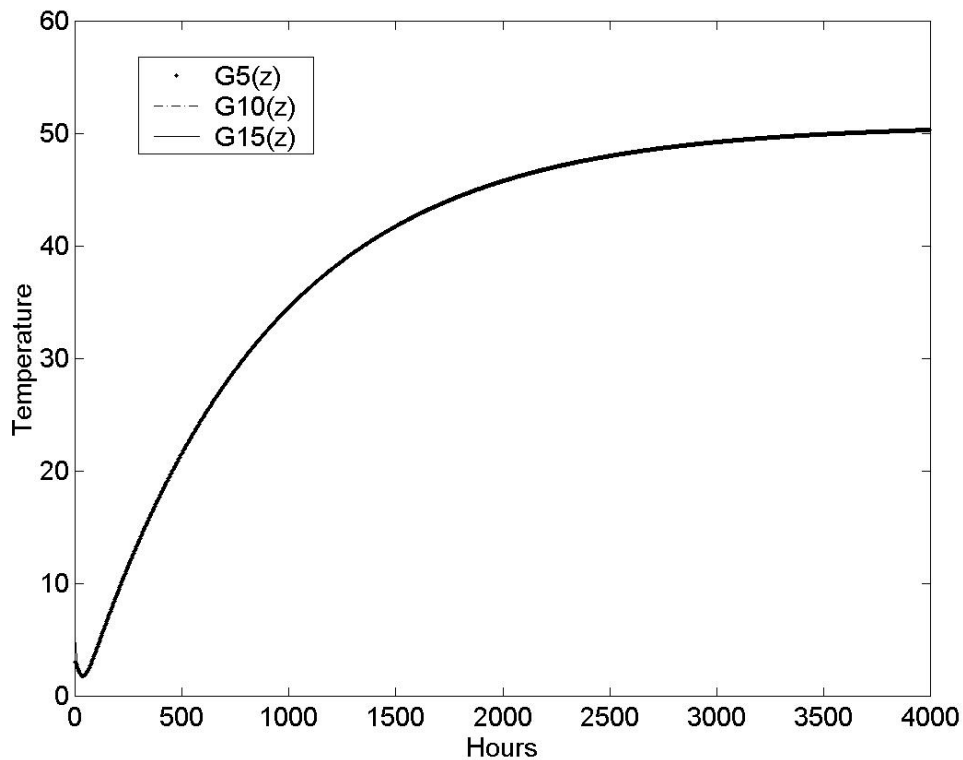


Figura 36: risposta al gradino per le funzioni di trasferimento $G_5(z)$, $G_{10}(z)$ e $G_{15}(z)$ con periodo di campionamento $T = 3$ ore..

Osservando le figure, è evidente come quando il periodo di campionamento è abbastanza grande, i digrammi di Bode delle diverse funzioni di trasferimento sono identici per basse frequenze, ma incrementando il numero di poli la risposta in frequenza inizia a differenziarsi per alte frequenze di sollecitazione.

Dalla figura 37, 38, 39 si evince chiaramente come $G_{10}(z)$ e $G_{15}(z)$ non siano corrette per basse frequenze (che implica che la risposta a regime per sollecitazione a gradino sia completamente errata).

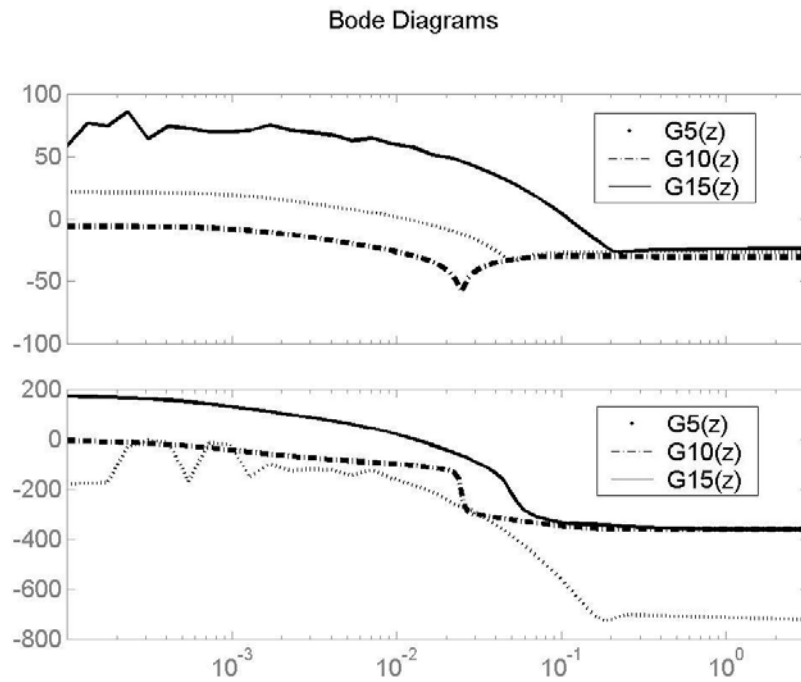


Figura 37. Diagrammi di Bode per le funzioni di trasferimento $G_5(z)$, $G_{10}(z)$ e $G_{15}(z)$ con periodo di campionamento $T = 1$ ora..

In figura si può osservare come a risposta al gradino sia buona per $G_5(z)$ anche quando il tempo di campionamento è $T = 1$.

Confrontando le figure 37, 38 e 39 è evidente come con il periodo di campionamento $T = 1$ ora per un numero di poli $n_p = 15$ a basse frequenze la magnitudo non sia corretta (una magnitudo più grande di 50 dB significa un risposta a regime superiore a 300!).

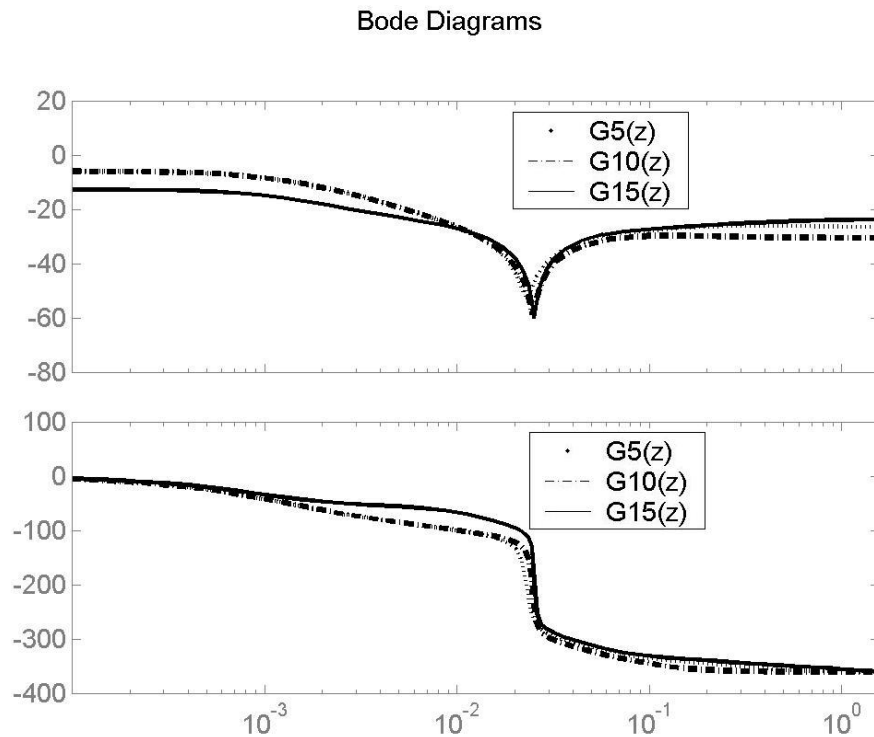


Figura 38. Diagrammi di Bode per le funzioni di trasferimento $G_5(z)$, $G_{10}(z)$ e $G_{15}(z)$ con periodo di campionamento $T = 2$ ore.

Dalle figure 40, 41 e 42, dalla posizione dei poli nel piano complesso, si può notare come il sistema sia stabile. In particolare, dalla origine fisica del sistema sappiamo che i poli debbono essere tutti reali. Questo risulta vero per $T = 2, 3$ ma per $T = 1$, quando il modello ottenuto non è corretto a causa di alcuni problemi numerici, vi sono alcuni poli complessi e coniugati.

Bode Diagrams

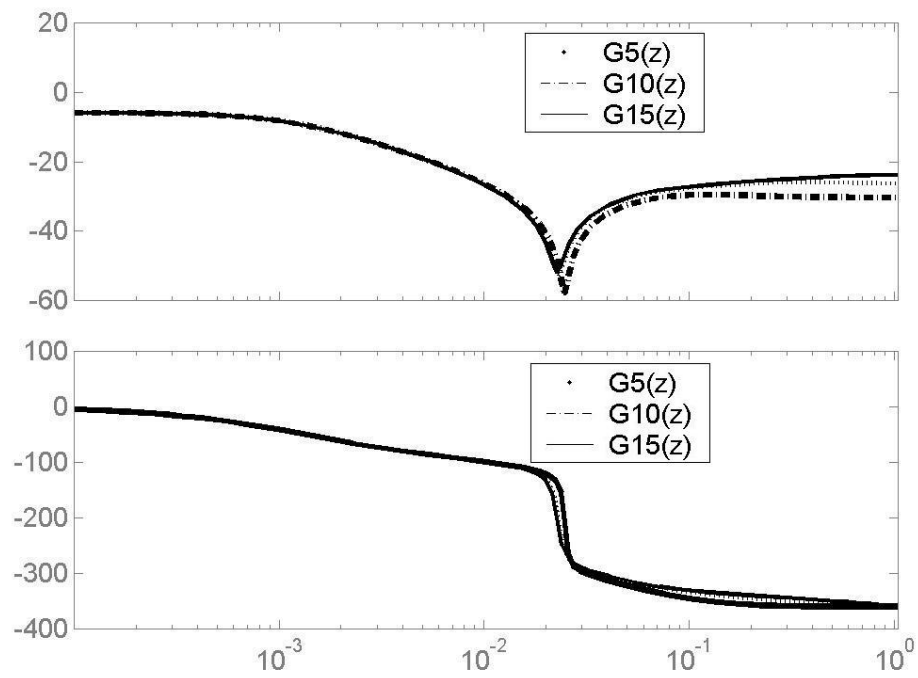


Figura 39. Diagrammi di Bode per le funzioni di trasferimento $G_5(z)$, $G_{10}(z)$ e $G_{15}(z)$ con periodo di campionamento $T = 3$ ore.

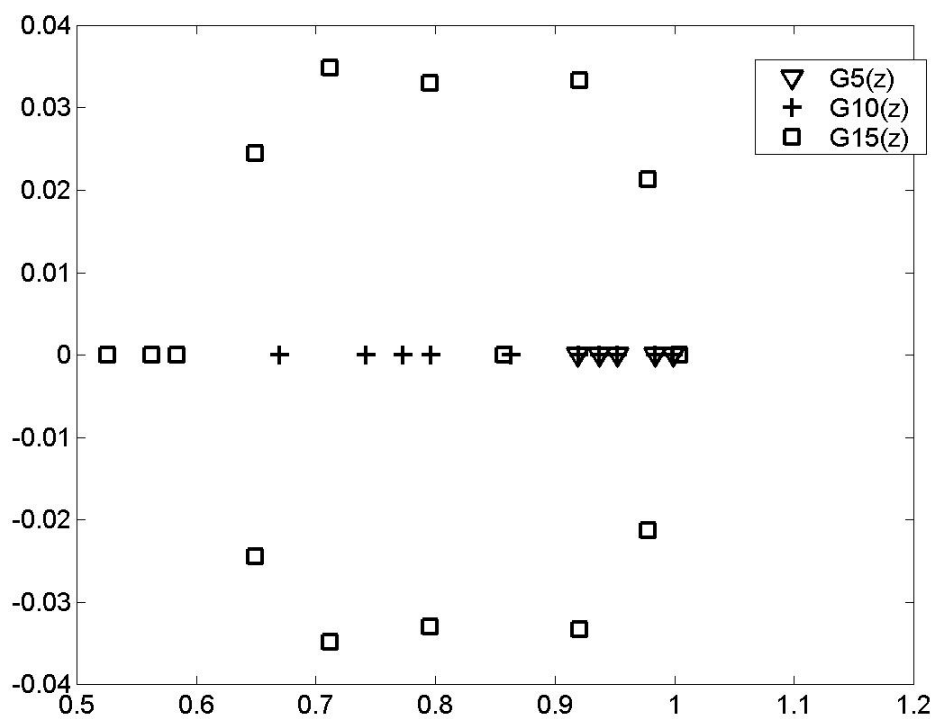


Figura 40. Localizzazione dei poli nel piano complesso per le funzioni di trasferimento $G_5(z)$, $G_{10}(z)$ e $G_{15}(z)$ periodo di campionamento $T=1$ ora.

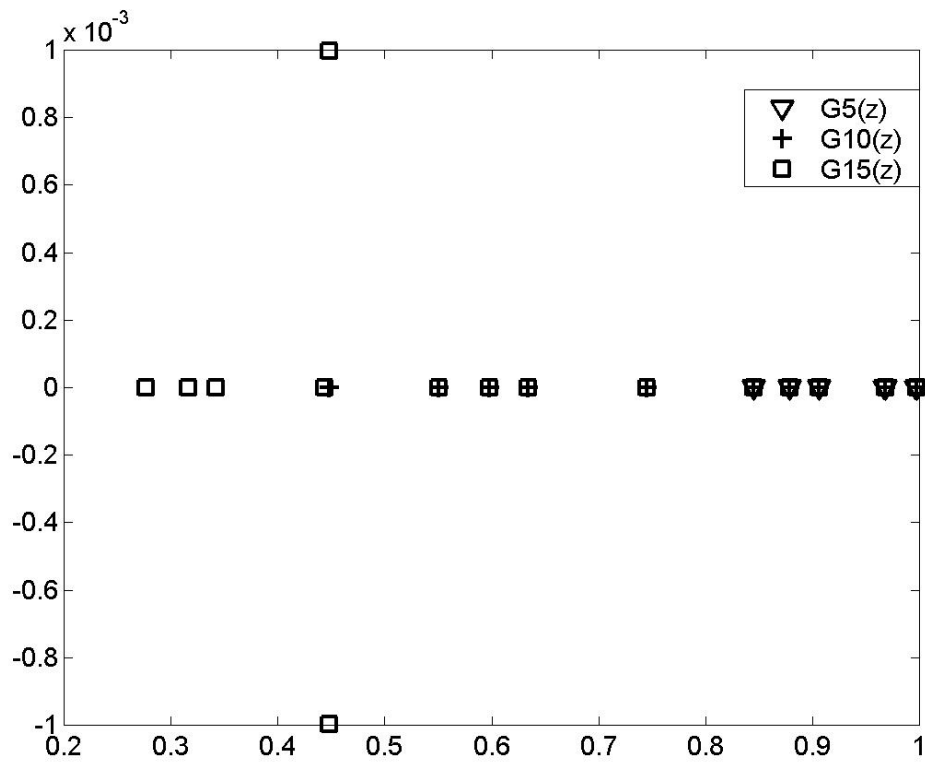


Figura 41. Localizzazione dei poli nel piano complesso per le funzioni di trasferimento $G_5(z)$, $G_{10}(z)$ e $G_{15}(z)$ con periodo di campionamento $T = 2$ ore.

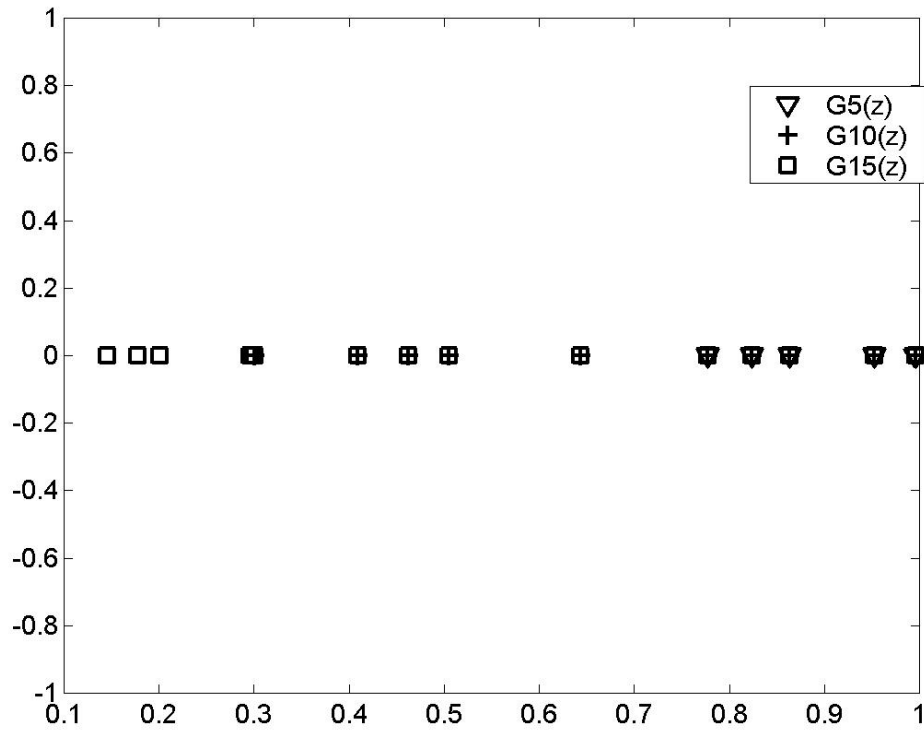


Figura 42. Localizzazione dei poli nel piano complesso per le funzioni di trasferimento $G_5(z)$, $G_{10}(z)$ e $G_{15}(z)$ periodo di campionamento $T = 3$ ore.

Inoltre osservando le figure 43, 44 e 45, i problemi numerici per $T = 1$ sono tali che il numero di zeri a fase non minima aumenta sensibilmente; vedi anche figura 34.

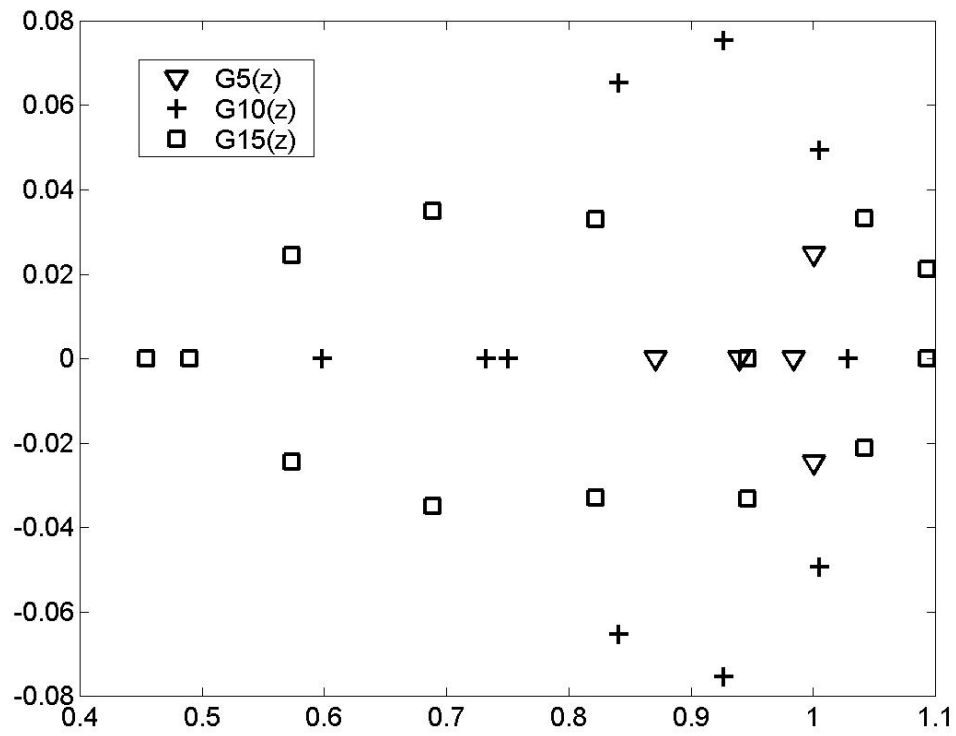


Figura 43. Localizzazione degli zeri nel piano complesso per le funzioni di trasferimento $G_5(z)$, $G_{10}(z)$ e $G_{15}(z)$ con periodo di campionamento $T = 1$ ora.

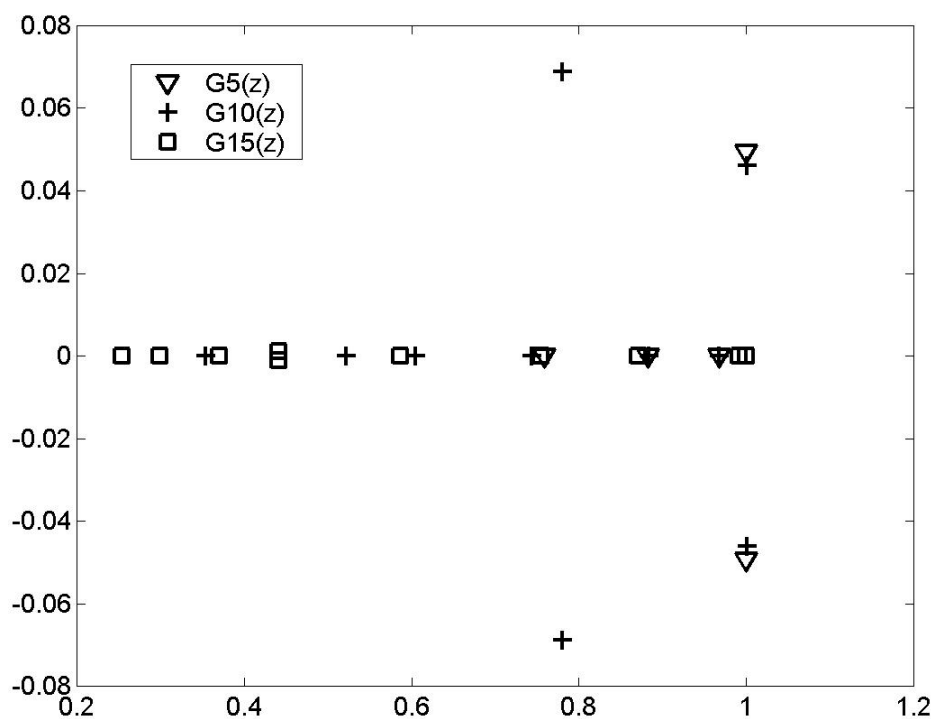


Figura 44: Localizzazione degli zeri nel piano complesso per le funzioni di trasferimento $G_5(z)$, $G_{10}(z)$ e $G_{15}(z)$ con periodo di campionamento $T = 2$ ore.

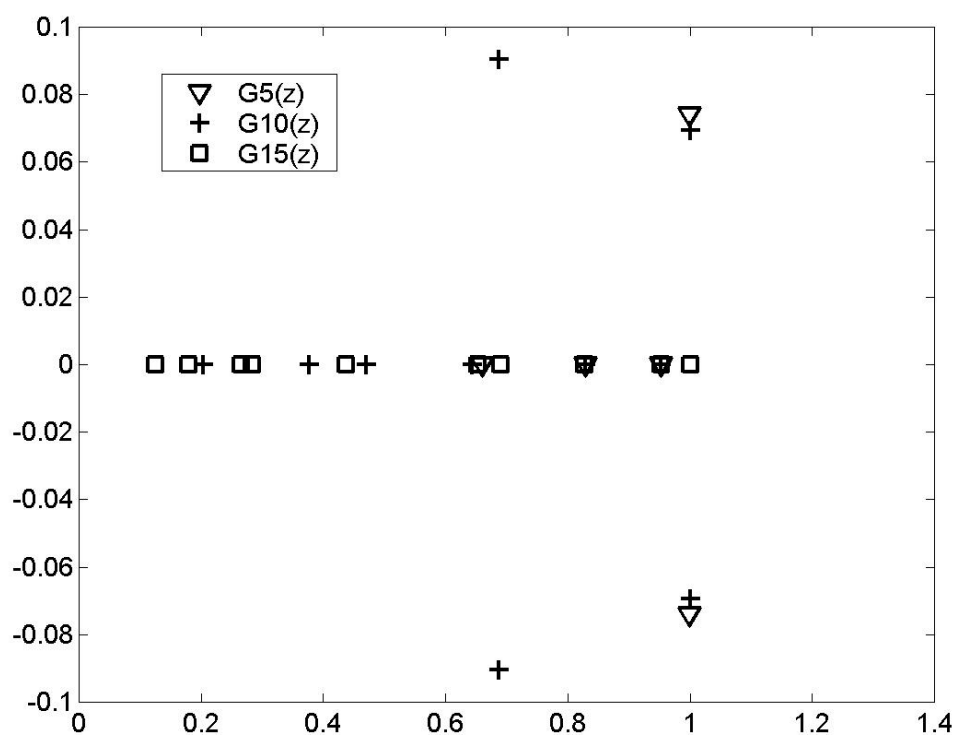


Figura 45: Localizzazione degli zeri nel piano complesso per le funzioni di trasferimento $G_5(z)$, $G_{10}(z)$ e $G_{15}(z)$ con periodo di campionamento $T = 3$ ore.

Selezione del modello migliore

Basandoci sulla analisi precedentemente svolta sulla localizzazione dei poli e degli zeri, sui diagrammi di Bode e sulla risposta al gradino, si possono identificare alcuni concetti-guida per evitare o superare problemi numerici e identificare delle regole di selezione del modello da utilizzare.

Non sempre il modello migliore è il modello con il maggior numero di poli.

Nell'esempio sopra presentato, un modello con solo 5 poli ($n_p = 5$) può rappresentare bene il sistema tanto quanto il modello con 15 poli, senza problemi numerici. Soltanto per alte frequenze la risposta non sarà accurata.

Incrementare il periodo di campionamento è sempre un buon metodo per evitare problemi numerici.

Nell'esempio riportato ed in molte altre simulazioni che sono state effettuate, l'incremento del tempo di campionamento, qui giunto fino a $T = 3$ ore, rende tutti i modelli buoni in termini di attendibilità della risposta e tutti i problemi numerici sono evitati.

Ordinamento dei poli e dei residui

Uno sviluppo ulteriore delle analisi effettuate su un gran numero di funzioni di trasferimento ha portato definire una nuova modalità di selezione del modello migliore. Come già precedentemente enunciato, le formule iterative che consentono di calcolare la risposta del sistema possono al più utilizzare un numero di coefficienti pari al numero di poli determinati. Per semplicità e per limitare i gradi di libertà del sistema sono stati sempre calcolati ed utilizzati un numero di coefficienti pari al numero dei poli a disposizione. Applicando dei metodi propri della teoria dei sistemi dinamici sono state condotte alcune prove utilizzando non tutti i poli ma scartandone alcuni. Una volta determinati i poli ed i residui di tutte le funzione di trasferimento, i poli vengono ordinati rispetto all'andamento del valore assoluto dei residui corrispondenti, come meglio spiegato dalla tabella seguente:

Tabella 2: esempio di riordinamento di poli e residui

Posizione iniziale	Poli	Residui	Residui ordinati	Poli ordinati	Posizione originale dei poli
1	-7.33E-03	118.4445	118.4445	-7.33E-03	1
2	-0.10304	4.12E-16	0.98044	-0.23448	6
3	-0.10703	3.09E-03	-8.25E-02	-1.3002	12
4	-0.11331	2.04E-03	-4.96E-02	-0.55308	7
5	-0.11656	-2.18E-16	0.015017	-3.54799	17
6	-0.23448	0.98044	-5.80E-03	-1.01091	9
7	-0.55308	-4.96E-02	3.92E-03	-3.19077	15
8	-0.82045	-1.55E-17	3.09E-03	-0.10703	3
9	-1.01091	-5.80E-03	-2.20E-03	-1.15796	11
10	-1.08773	8.67E-17	2.13E-03	-3.67646	18
11	-1.15796	-2.20E-03	2.04E-03	-0.11331	4
12	-1.3002	-8.25E-02	1.20E-03	-2.02149	13
13	-2.02149	1.20E-03	-1.69E-04	-4.7355	19
14	-2.18246	-1.88E-17	4.12E-16	-0.10304	2
15	-3.19077	3.92E-03	-2.18E-16	-0.11656	5
16	-3.40543	-2.75E-17	8.67E-17	-1.08773	10
17	-3.54799	0.015017	-2.75E-17	-3.40543	16
18	-3.67646	2.13E-03	-1.88E-17	-2.18246	14
19	-4.7355	-1.69E-04	-1.55E-17	-0.82045	8
20	-4.87368	7.98E-18	7.98E-18	-4.87368	20

Tale ordinamento dei residui permette di scartare quelli con valore assoluto trascurabile. Ovviamente va scartato anche il polo corrispondente. Sarà possibile quindi determinare inizialmente un certo numero di poli e residui e successivamente di scartarne qualcuno. Diverse simulazioni mostrano come i coefficienti delle funzioni di trasferimento calcolati scartando alcuni residui e poli diano luogo a simulazioni drasticamente migliori anche con tempi di campionamento bassi.

Al momento della stesura della presente tesi di Dottorato non è ancora possibile formulare delle ipotesi circa una procedura automatica della selezione dei poli e residui ottimi. Tuttavia gli studi in corso sembrano indicare che la identificazione di questo algoritmo sarà presto effettuata.

Bibliografia

- [1] M.Alabiso, R.Sidri
Gestione archivi anni tipo – Rap. Interno EI/85/05 – Enel – DSR – CRTN
Milano, Agosto 1984
- [2] A.N.D.E., “*Marsala, riscoperta di una città*”, Marsala 1988
- [3] ASHRAE, *Foundamental Handbook*, 1997
- [4] N.K.Bansal, M.S. Bhandari
“*Comparision of the periodic solution method with Trnsys and Suncode for thermal building simulation*”
Solar Energy; 1996 Elsevier Science
- [5] S. Barbaro, C. Giaconia, A. Orioli
“A computer oriented method for the analysis of non steady state thermal behaviour of buildings”
Building and Environment, Vol.23, n.1, 1988
- [6] S.Barbaro, C.Giaconia, A.Orioli
“Analisi del comportamento termico degli edifici in regime vario mediante la trasformata di Laplace”
Energie alternative HTE N.61
Settembre, Ottobre 1989
- [7] M.Beccali, M.Cellura, C.Giaconia, V. Lo Brano, A. Orioli
“La trasmissione del calore in regime vario nelle pareti multistrato; Il software TH.EL.D.A”
Condizionamento dell’aria 5/2000 – Sezione Ricerche
- [8] G. Ciccarella, P. Di Felice, L. Laurenti, A. Ponticiello
“Sul metodo dell’analogia elettrica per lo studio di pareti in regime periodico stabilizzato”
Istituto di Fisica tecnica - Facoltà di ingegneria - Università de L’Aquila
Ottobre 1978
- [9] J. A. Clarke
“Energy simulation in building design”
Adam Hilger Ltd., Bristol and Boston, 1985
- [10] Collares-Pereira, M. e A. Rabl

“The average distribution of solar radiation – Correlation between diffuse and hemispherical and between daily and hourly insolation values”
Solar Energy, 22, 1979

[11] Dalberto Faggiani
“Utilizzazione della ammettenza termica per la soluzione dei problemi del regime termico periodico negli ambienti”
Il calore n.5, 1966

[12] M.G. Davies
“On the basis of the environmental temperature procedure”
Building and Environment, 1978 Pergamon Press

[13] D. G. Erbs, S. A. Kein e J. A. Duffie
“Estimation of the diffuse solar radiation fraction for hourly, daily and monthly – average global radiation”
Solar Energy, 28, 1982

[14] C. Giaconia, A. Orioli
“Transfer Function Method – Analisi delle basi teoriche”
La Termotecnica – Anno LI, n.4, Editrice BIAS; 1997

[15] C. Giaconia, A. Orioli
“Transfer Function Method – Analisi dei metodi di calcolo dei coefficienti”
La Termotecnica – Anno LIII, n.2, Editrice BIAS; 1999

[16] C. Giaconia, A. Orioli
“On the riability of conduction transfer function coefficients of walls”
Applied Thermal Engineering , 2000 Pergamon Press, Cambridge, U.K.

[17] E. I. Jury
“Theory and application of the Z trasform method”
John Wiley & Sons Inc., 1964

[18] A.Lavagnini, M.Pagliarini, F.Parrini
“Definizione delle zone climatiche”
Atti del III seminario informativo – CNR – PFE - RERE
Milano, 3-4/03/80

[19] A.G.Loudon
“Summertime temperatures in buildings without air-conditioning”
Articolo presentato al Simposio IHVE/BRS “*Thermal environment in modern building - aspect affecting the design team*”
Febbraio 1968

[20] Liu, B.Y.H. e R.C. Jordan

“The interrelationship and characteristic distribution of direct, diffuse and total radiation”

Solar Energy, 4, 1960

[21] N.O.Milbank e J: Harrington-Lynn

“Thermal response and the admittance procedure”

Environmental temperature Symposium: Fourth Paper

Maggio 1974

[22] M.Pagliarini, F.Parrini

“Definizione delle zone climatiche”

Atti del II seminario informativo – CNR – PFE - RERE

Milano, 5-6/03/79

[23] L.Pasqualetto, R.Zmeureanu, P.Fazio

“A case study of validation of an energy analysis program: Micro-doe 2.1 E

Building and Environment, 1998 Pergamon Press

[24] Reference Manual

“Trnsys with Iisibat. A transient system simulation program”

Solar Energy Laboratory, University of Wisconsin, Madison

Febbraio 2000

[25] Rodonò-Volpes

“Fisica tecnica” *Ed. Flaccovio*

Palermo, 1993

[26] M.S. Sodha, B. Kaur, A. Kumar, N.K. Bansal

“A comparison of the admittance and Fourier methods for predicting heating/cooling loads”

Solar Energy Vol.36, 1986

[27] D. G. Stephenson, G. P. Mitalas

“Room thermal response factor

ASHRAE Transaction, Vol. 73, part I; 1967

[28] D. G. Stephenson, G. P. Mitalas

“Calculation of heat conduction transfer function for multi-layered slabs”

ASHRAE Transaction, Vol. 77, part II; 1971

[29] UNI 10375:

“Calcolo della temperatura interna degli ambienti durante il periodo estivo in assenza di impianto di climatizzazione”

Giugno, 1995

[30] UNI 10345

“Riscaldamento e raffrescamento degli edifici – Trasmittanza termica dei componenti edilizi finestrati – Metodo di calcolo”

Novembre, 1993

[31] UNI 10349

“Riscaldamento e raffrescamento degli edifici – Dati climatici”

Aprile, 1994

[32] UNI 10355

“Murature e Solai - valori della resistenza termica e metodi di calcolo”

[33] Norma UNI 10351

“Materiali da costruzione - Conduttività termica e permeabilità al vapore”

[34] S.Wang, Y.Chen

“A novel and simple building load calculation model for building and system dynamic simulation”

Applied Thermal Engineering, 2001 Elsevier Science

[35] A.Whillier

“Solar radiation graphs”

Solar Energy, 9, 1965

Appendice

Vengono di seguito riportati alcuni estratti dei codici di calcolo THELDA, THELDA 2000, ARMON 2000, che rappresentano il cuore del lavoro svolto come Tesi di Dottorato.